

# MATEMATYKA

Program nauczania (klasy 4–8)

Autorzy:

Adam Konstantynowicz,

Anna Konstantynowicz, Bożena Kiljańska,

Małgorzata Pająk, Grażyna Ukleja

Gdynia 2017

## **SPIS TREŚCI**

1. Wstęp .....	3
2. Szczegółowe cele kształcenia i wychowania .....	4
3. Treści edukacyjne (zgodne z treściami nauczania zawartymi w podstawie programowej) .....	15
4. Sposoby osiągnięcia celów kształcenia i wychowania .....	39
5. Opis założonych osiągnięć ucznia .....	43
6. Propozycje kryteriów oceny i metod sprawdzania osiągnięć ucznia .....	53

## 1. Wstęp

Program nauczania zawiera opis celów kształcenia, treści i sposobów nauczania oraz osiągnięć uczniów w klasach IV–VIII. Opiera się on na Podstawie programowej kształcenia ogólnego dla szkół podstawowych obowiązującej od roku szkolnego 2017/2018. Uwzględnia wszystkie zmiany wprowadzone przez najnowszą podstawę programową w nauczaniu matematyki na I etapie edukacyjnym, obejmującym klasy I – III szkoły podstawowej.

Zgodnie z założeniami zawartymi w preambule reformy programowej MEN, program stanowi kontynuację poprzedniego etapu kształcenia oraz bazę do kształcenia |w następnym etapie edukacyjnym.

Materiał nauczania podzielono na pięć klas. Kolejność działów programu, ich zakres oraz układ tematów ustalone są optymalnie przy właściwej interpretacji haseł programowych. Zastosowanie w realizacji innej kolejności działów i tematów w obrębie danej klasy może spowodować konieczność wykorzystania wiadomości, których uczeń jeszcze nie posiadał.

W programie zakłada się różny stopień opanowania wiadomości i umiejętności przez poszczególnych uczniów, w zależności od ich uzdolnień i zainteresowań. W związku z tym zawiera on zagadnienia o różnym poziomie trudności. Nauczyciel ma zatem możliwość indywidualizacji pracy z uczniem.

Treści nauczania podzielono między poszczególne klasy tak, by nauczyciel miał możliwość utrwalania i pogłębiania wiedzy uczniów. Tylko taka konstrukcja programu, która przypomina wcześniej przyswojone wiadomości i umiejętności, a następnie rozszerza je przez zastosowanie w nowym kontekście, stworzy fundament wykształcenia.

Program jest dostosowany do konkretnego etapu rozwojowego i możliwości intelektualnych uczniów. Organizuje nauczanie matematyki w taki sposób, by uczniowie koncentrowali się na odniesieniach do znanej sobie rzeczywistości. Stosowane pojęcia i metody powiązane są z obiektami występującymi w znanym im środowisku. Uczniowie mają szansę na stosowanie kształconych umiejętności w konkretnych sytuacjach. W klasach VII–VIII wprowadza takie pojęcia i własności, które pozwalają na doskonalenie myślenia abstrakcyjnego, a w konsekwencji na naukę przeprowadzania rozumowań i poprawnego rozumowania w sytuacjach nowych oraz dotyczących zagadnień złożonych i nietypowych.

Program nie narzuca metod pracy z uczniami, podkreśla jednak konieczność aktywizowania i indywidualizacji ich pracy na wszystkich poziomach.

Materiał nauczania matematyki, podzielony na poszczególne klasy, został rozszerzony o przewidywane osiągnięcia ucznia. Uwzględniono również cele nauczania matematyki oraz procedury ich osiągania, na które składają się metody i zasady nauczania oraz formy pracy i środki dydaktyczne. Omówiono także szczegółowo umiejętności, które uczniowie powinni nabyć w trakcie nauki w klasach IV–VIII szkoły podstawowej.

Jednym z zadań dydaktycznych jest również kontrola przyswojenia materiału połączona z oceną ucznia, dlatego program zawiera propozycje metod oceny osiągnięć uczniów, uwzględniające ocenianie uczniów z dysfunkcjami.

## 2. Szczegółowe cele kształcenia i wychowania

Kształcenie ogólne w szkole podstawowej ma na celu:

- wprowadzanie uczniów w świat wartości, w tym ofiarności, współpracy, solidarności, altruizmu, patriotyzmu i szacunku dla tradycji, wskazywanie wzorców postępowania i budowanie relacji społecznych, sprzyjających bezpiecznemu rozwojowi ucznia (rodzina, przyjaciele);
- wzmocnianie poczucia tożsamości indywidualnej, kulturowej, narodowej, regionalnej i etnicznej;
- formowanie u uczniów poczucia godności własnej osoby i szacunku dla godności innych osób;
- rozwijanie kompetencji, takich jak: kreatywność, innowacyjność i przedsiębiorczość;
- rozwijanie umiejętności krytycznego i logicznego myślenia, rozumowania, argumentowania i wnioskowania;
- ukazywanie wartości wiedzy jako podstawy do rozwoju umiejętności;
- rozbudzanie ciekawości poznawczej uczniów oraz motywacji do nauki;
- wyposażenie uczniów w taki zasób wiadomości oraz kształtowanie takich umiejętności, które pozwalają w sposób bardziej dojrzały i uporządkowany zrozumieć świat;
- wspieranie ucznia w rozpoznawaniu własnych predyspozycji i określaniu drogi dalszej edukacji;
- wszechstronny rozwój osobowy ucznia przez pogłębianie wiedzy oraz zaspokajanie i rozbudzanie jego naturalnej ciekawości poznawczej;
- kształtowanie postawy otwartej wobec świata i innych ludzi, aktywności w życiu społecznym oraz odpowiedzialności za zbiorowość;
- zachęcanie do zorganizowanego i świadomego samokształcenia opartego na umiejętności przygotowania własnego warsztatu pracy;
- ukierunkowanie ucznia ku wartościom.

### **Cele kształcenia – wymagania ogólne**

#### I. Sprawność rachunkowa.

1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.
2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania.

#### II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.
2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.
3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.

#### III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.
2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

#### IV. Rozumowanie i argumentacja.

1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.
2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.
3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.

### **Treści nauczania – wymagania szczegółowe**

#### **KLASY IV–VI**

##### I. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym. Uczeń:

- 1) zapisuje i odczytuje liczby naturalne wielocyfrowe;
- 2) interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej;
- 3) porównuje liczby naturalne;
- 4) zaokrągla liczby naturalne;
- 5) liczby w zakresie do 3 000 zapisane w systemie rzymskim przedstawia w systemie dziesiętkowym, a zapisane w systemie dziesiętkowym przedstawia w systemie rzymskim.

##### II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:

- 1) dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe lub większe, liczbę jednocyfrową dodaje do dowolnej liczby naturalnej i odejmuje od dowolnej liczby naturalnej;
- 2) dodaje i odejmuje liczby naturalne wielocyfrowe sposobem pisemnym i za pomocą kalkulatora;
- 3) mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową, dwucyfrową lub trzycyfrową sposobem pisemnym, w pamięci (w najprostszych przykładach) i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach);
- 4) wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych;
- 5) stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania i mnożenia oraz rozdzielność mnożenia względem dodawania;
- 6) porównuje liczby naturalne z wykorzystaniem ich różnicy lub ilorazu;
- 7) rozpoznaje liczby podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100;
- 8) rozpoznaje liczbę złożoną, gdy jest ona jednocyfrowa lub dwucyfrowa, a także gdy na istnienie dzielnika właściwego wskazuje cecha podzielności;
- 9) rozkłada liczby dwucyfrowe na czynniki pierwsze;
- 10) oblicza kwadraty i sześciany liczb naturalnych;
- 11) stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
- 12) szacuje wyniki działań;
- 13) znajduje największy wspólny dzielnik (NWD) w sytuacjach nie trudniejszych niż typu NWD(600, 72), NWD(140, 567), NWD(10000, 48), NWD(910, 2016) oraz wyznacza najmniejszą wspólną wielokrotność dwóch liczb naturalnych metodą rozkładu na czynniki;
- 14) rozpoznaje wielokrotności danej liczby, kwadraty, sześciany, liczby pierwsze, liczby złożone;
- 15) odpowiada na pytania dotyczące liczebności zbiorów różnych rodzajów liczb wśród liczb z pewnego niewielkiego zakresu (np. od 1 do 200 czy od 100 do 1000), o ile liczba

w odpowiedzi jest na tyle mała, że wszystkie rozważane liczby uczeń może wypisać;

16) rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze, w przypadku gdy co najwyżej jeden z tych czynników jest liczbą większą niż 10;

17) wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby  $a$  przez liczbę  $b$  i zapisuje liczbę  $a$  w postaci:

$$a = b \cdot q + r.$$

III. Liczby całkowite. Uczeń:

1) podaje praktyczne przykłady stosowania liczb ujemnych;

2) interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej;

3) oblicza wartość bezwzględną;

4) porównuje liczby całkowite;

5) wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.

IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:

1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka;

2) przedstawia ułamek jako iloraz liczb naturalnych, a iloraz liczb naturalnych jako ułamek zwykły;

3) skraca i rozszerza ułamki zwykłe;

4) sprowadza ułamki zwykłe do wspólnego mianownika;

5) przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej, a liczbę mieszaną w postaci ułamka niewłaściwego;

6) zapisuje wyrażenia dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego i odwrotnie;

7) zaznacza i odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej;

8) zapisuje ułamki dziesiętne skończone w postaci ułamków zwykłych;

9) zamienia ułamki zwykłe o mianownikach będących dzielnikami liczb 10, 100, 1 000 itd. na ułamki dziesiętne skończone dowolną metodą (przez rozszerzanie lub skracanie ułamków zwykłych, dzielenie licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora);

10) zapisuje ułamki zwykłe o mianownikach innych niż wymienione w pkt 9 w postaci rozwinięcia dziesiętnego nieskończonego (z użyciem wielokropka po ostatniej cyfrze), uzyskane w wyniku dzielenia licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora;

11) zaokrągla ułamki dziesiętne;

12) porównuje ułamki (zwykłe i dziesiętne);

13) oblicza liczbę, której część jest podana (wyznacza całość, z której określono część za pomocą ułamka);

14) wyznacza liczbę, która powstaje po powiększeniu lub pomniejszeniu o pewną część innej liczby.

V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń:

1) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane;

2) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w przykładach najprostszych), pisemnie i za pomocą kalkulatora (w przykładach trudnych);

3) wykonuje nieskomplikowane rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne;

4) porównuje ułamki z wykorzystaniem ich różnicy;

5) oblicza ułamek danej liczby całkowitej;

6) oblicza kwadraty i sześciany ułamków zwykłych i dziesiętnych oraz liczb mieszanych;

- 7) oblicza wartość prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
- 8) wykonuje działania na ułamkach dziesiętnych, używając własnych, poprawnych strategii lub za pomocą kalkulatora;
- 9) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych, wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub liczbach zapisanych za pomocą ułamków zwykłych, liczb mieszanych i ułamków dziesiętnych, także wymiernych ujemnych o stopniu trudności nie większym niż w przykładzie  $-\frac{1}{2} : 0,25 + 5,25 : 0,05 - 7\frac{1}{2} \cdot \left(2,5 - 3\frac{2}{3}\right) + 1,25$ .

#### VI. Elementy algebry. Uczeń:

- 1) korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, opisuje wzór słowami;
- 2) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkościami liczbowymi i zapisuje proste wyrażenia algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym, na przykład zapisuje obwód trójkąta o bokach:  $a, a + 2, b$ ;  
rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą występującą po jednej stronie równania (przez zgadywanie, dopełnianie lub wykonanie działania odwrotnego), na przykład  $\frac{x-2}{3} = 4$ .

#### VII. Proste i odcinki. Uczeń:

- 1) rozpoznaje i nazywa figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek;
- 2) rozpoznaje proste i odcinki prostopadłe i równoległe, na przykład jak w sytuacji określonej w zadaniu:  
Odcinki  $AB$  i  $CD$  są prostopadłe, odcinki  $CD$  i  $EF$  są równoległe oraz odcinki  $EF$  i  $DF$  są prostopadłe. Określ wzajemne położenie odcinków  $DF$  oraz  $AB$ . Wykonaj odpowiedni rysunek;
- 3) rysuje pary odcinków prostopadłych i równoległych;
- 4) mierzy odcinek z dokładnością do 1 mm;
- 5) znajduje odległość punktu od prostej.

#### VIII. Kąty. Uczeń:

- 1) wskazuje w dowolnym kącie ramiona i wierzchołek;
- 2) mierzy z dokładnością do  $1^\circ$  kąty mniejsze niż  $180^\circ$ ;
- 3) rysuje kąty mniejsze od  $180^\circ$ ;
- 4) rozpoznaje kąt prosty, ostry i rozwarty;
- 5) porównuje kąty;
- 6) rozpoznaje kąty wierzchołkowe i przyległe oraz korzysta z ich własności.

#### IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń:

- 1) rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne, równoboczne i równoramienne;
- 2) konstruuje trójkąt o danych trzech bokach i ustala możliwość zbudowania trójkąta na podstawie nierówności trójkąta;
- 3) stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta;
- 4) rozpoznaje i nazywa: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok i trapez;
- 5) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku i trapezu, rozpoznaje figury osiowoosymetryczne i wskazuje osie symetrii figur;
- 6) wskazuje na rysunku cięciwę, średnicę oraz promień koła i okręgu;

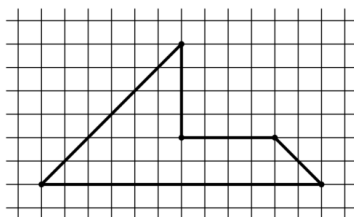
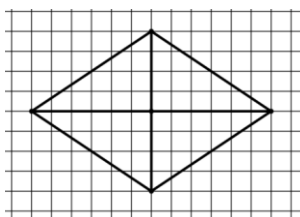
- 7) rysuje cięciwę koła i okręgu, a także, jeżeli dany jest środek okręgu, promień i średnicę;
- 8) w trójkącie równoramiennym wyznacza przy danym jednym kącie miary pozostałych kątów oraz przy danych obwodzie i długości jednego boku długości pozostałych boków.

#### X. Bryły. Uczeń:

- 1) rozpoznaje graniastosłupy proste, ostrosłupy, walce, stożki i kule w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył;
- 2) wskazuje wśród graniastosłupów prostopadłościany i sześciiany i uzasadnia swój wybór;
- 3) rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów;
- 4) rysuje siatki prostopadłościaków;
- 5) wykorzystuje podane zależności między długościami krawędzi graniastosłupa do wyznaczania długości poszczególnych krawędzi.

#### XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:

- 1) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków;
- 2) oblicza pola: trójkąta, kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, w tym także dla danych wymagających zamiany jednostek i w sytuacjach z nietypowymi wymiarami, na przykład pole trójkąta o boku 1 km i wysokości 1 mm;
- 3) stosuje jednostki pola:  $mm^2$ ,  $cm^2$ ,  $dm^2$ ,  $m^2$ ,  $km^2$ , ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń);
- 4) oblicza pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty lub uzupełniania do większych wielokątów jak w sytuacjach:



- 5) oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościaku przy danych długościach krawędzi;
- 6) stosuje jednostki objętości i pojemności: mililitr, litr,  $cm^3$ ,  $dm^3$ ,  $m^3$ ;
- 7) oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów.

#### XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:

- 1) interpretuje 100% danej wielkości jako całość, 50% – jako połowę, 25% – jako jedną czwartą, 10% – jako jedną dziesiątą, 1% – jako jedną setną części danej wielkości liczbowej;
- 2) w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości w stopniu trudności typu 50%, 20%, 10%;
- 3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach;
- 4) wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach;
- 5) odczytuje temperaturę (dodatnią i ujemną);
- 6) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki długości: milimetr, centymetr, decymetr, metr, kilometr;
- 7) zamienia i prawidłowo stosuje jednostki masy: gram, dekagram, kilogram, tona;
- 8) oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość;



9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i czasie, prędkość przy danej drodze i czasie, czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s.

XIII. Elementy statystyki opisowej. Uczeń:

- 1) gromadzi i porządkuje dane;
- 2) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, na diagramach i na wykresach, na przykład: wartości z wykresu, wartość największą, najmniejszą, opisuje przedstawione w tekstach, tabelach, na diagramach i na wykresach zjawiska przez określenie przebiegu zmiany wartości danych, na przykład z użyciem określenia „wartości rosną”, „wartości maleją”, „wartości są takie same” („przyjmowana wartość jest stała”).

XIV. Zadania tekstowe. Uczeń:

- 1) czyta ze zrozumieniem tekst zawierający informacje liczbowe;
- 2) wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla niego zapisanie informacji i danych z treści zadania;
- 3) dostrzega zależności między podanymi informacjami;
- 4) dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla niego strategie rozwiązania;
- 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody;
- 6) weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania, np. poprzez szacowanie, sprawdzanie wszystkich warunków zadania, ocenianie rzędu wielkości otrzymanego wyniku;
- 7) układa zadania i łamigłówki, rozwiązuje je; stawia nowe pytania związane z sytuacją w rozwiązującym zadaniu.

## **KLASY VII i VIII**

I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń:

- 1) zapisuje iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim;
- 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich;
- 3) mnoży potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach;
- 4) podnosi potęgę do potęgi;
- 5) odczytuje i zapisuje liczby w notacji wykładniczej  $a \cdot 10^k$ , gdy  $1 \leq a < 10$ ,  $k$  jest liczbą całkowitą.

II. Pierwiastki. Uczeń:

- 1) oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych;
- 2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki;
- 3) porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną oraz znajduje liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości, na przykład znajduje liczbę całkowitą  $a$  taką, że:  $a \leq \sqrt{137} < a + 1$ ;
- 4) oblicza pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, wyłącza liczbę przed znak pierwiastka i włącza liczbę pod znak pierwiastka;

5) mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia.

III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń:

- 1) zapisuje wyniki podanych działań w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;
- 2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;
- 3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;
- 4) zapisuje rozwiązania zadań w postaci wyrażeń algebraicznych jak w przykładzie:  
Bartek i Grześ zbierali kasztany. Bartek zebrał  $n$  kasztanów, Grześ zebrał 7 razy więcej. Następnie Grześ w drodze do domu zgubił 10 kasztanów, a połowę pozostałych oddał Bartkowi. Ile kasztanów ma teraz Bartek, a ile ma Grześ?

IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń:

- 1) porządkuje jednomiany i dodaje jednomiany podobne (tzn. różniące się jedynie współczynnikiem liczbowym);
- 2) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, dokonując przy tym redukcji wyrazów podobnych;
- 3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany;
- 4) mnoży dwumian przez dwumian, dokonując redukcji wyrazów podobnych.

V. Obliczenia procentowe. Uczeń:

- 1) przedstawia część wielkości jako procent tej wielkości;
- 2) oblicza liczbę  $a$  równą  $p$  procent danej liczby  $b$ ;
- 3) oblicza, jaki procent danej liczby  $b$  stanowi liczba  $a$ ;
- 4) oblicza liczbę  $b$ , której  $p$  procent jest równe  $a$ ;
- 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.

VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:

- 1) sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (stopnia pierwszego, drugiego lub trzeciego) z jedną niewiadomą, na przykład sprawdza, które liczby całkowite niedodatnie i większe od  $-8$  są rozwiązaniami równania  $\frac{x^3}{8} + \frac{x^2}{2} = 0$ .
- 2) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;
- 3) rozwiązuje równania, które po prostych przekształceniach wyrażeń algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;
- 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi;
- 5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu).

VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń:

- 1) podaje przykłady wielkości wprost proporcjonalnych;
- 2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, na przykład wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru, ilość zużytego paliwa w zależności od liczby

przejechanych kilometrów, liczby przeczytanych stron książki w zależności od czasu jej czytania;

3) stosuje podział proporcjonalny.

VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:

1) zna i stosuje twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem zależności między kątami przyległymi);

2) przedstawia na płaszczyźnie dwie proste w różnych położeniach względem siebie, w szczególności proste prostopadłe i proste równoległe;

3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych;

4) zna i stosuje cechy przystawiania trójkątów;

5) zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie);

6) zna nierówność trójkąta  $AB + BC \geq AC$  i wie, kiedy zachodzi równość;

7) wykonuje proste obliczenia geometryczne wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych;

8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego);

9) przeprowadza dowody geometryczne o poziomie trudności nie większym niż w przykładach:

a) Dany jest ostrokątny trójkąt równoramienny  $ABC$ , w którym  $AC = BC$ . W tym trójkącie poprowadzono wysokość  $AD$ . Udowodnij, że kąt  $ABC$  jest dwa razy większy od kąta  $BAD$ ,

b) Na bokach  $BC$  i  $CD$  prostokąta  $ABCD$  zbudowano, na zewnątrz prostokąta, dwa trójkąty równoboczne  $BCE$  i  $CDF$ . Udowodnij, że  $AE = AF$ .

IX. Wielokąty. Uczeń:

1) zna pojęcie wielokąta foremnego;

2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków o poziomie trudności nie większym niż w przykładach:

a) Oblicz najkrótszą wysokość trójkąta prostokątnego o bokach długości: 5 cm, 12 cm i 13 cm,

b) Przekątne rombu  $ABCD$  mają długości  $AC = 8$  dm i  $BD = 10$  dm. Przekątną  $BD$  rombu przedłużono do punktu  $E$  w taki sposób, że odcinek  $BE$  jest dwa razy dłuższy od tej przekątnej. Oblicz pole trójkąta  $CDE$ . (zadanie ma dwie odpowiedzi).

X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń:

1) zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających warunek taki jak  $x \geq 1,5$  lub taki jak  $x < -\frac{4}{7}$ ;

2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie;

3) rysuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty kratowe o danych współrzędnych całkowitych (dowolnego znaku);

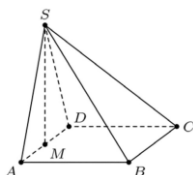
4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek;

5) oblicza długość odcinka, którego końce są danymi punktami kratowymi w układzie współrzędnych;

6) dla danych punktów kratowych  $A$  i  $B$  znajduje inne punkty kratowe należące do prostej  $AB$ .

XI. Geometria przestrzenna. Uczeń:

- 1) rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy – w tym proste i prawidłowe;
- 2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe, o poziomie trudności nie większym niż w przykładowym zadaniu: Podstawą graniastosłupa prostego jest trójkąt równoramienny, którego dwa równe kąty mają po  $45^\circ$ , a najdłuższy bok ma długość  $6\sqrt{2}$  dm. Jeden z boków prostokąta, który jest w tym graniastosłupie ścianą boczną o największej powierzchni, ma długość 4 dm. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa;
- 3) oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe, o poziomie trudności nie większym niż w przykładzie: Prostokąt  $ABCD$  jest podstawą ostrosłupa  $ABCDS$ , punkt  $M$  jest środkiem krawędzi  $AD$ , odcinek  $MS$  jest wysokością ostrosłupa. Dane są następujące długości krawędzi:  $AD = 10$  cm,  $AS = 13$  cm oraz  $AB = 20$  cm.



Oblicz objętość ostrosłupa.

XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń:

- 1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania;
- 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościenną lub losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:

- 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych;
- 2) tworzy diagramy słupkowe i kołowe oraz wykresy liniowe na podstawie zebranych przez siebie danych lub danych pochodzących z różnych źródeł;
- 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

XIV. Długość okręgu i pole koła. Uczeń:

- 1) oblicza długość okręgu o danym promieniu lub danej średnicy;
- 2) oblicza promień lub średnicę okręgu o danej długości okręgu;
- 3) oblicza pole koła o danym promieniu lub danej średnicy;
- 4) oblicza promień lub średnicę koła o danym polu koła;
- 5) oblicza pole pierścienia kołowego o danych promieniach lub średnicach obu okręgów tworzących pierścień.

XV. Symetrie. Uczeń:

- 1) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;
- 2) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta

jak w przykładowym zadaniu:

Wierzchołek  $C$  rombu  $ABCD$  leży na symetralnych boków  $AB$  i  $AD$ . Oblicz kąty tego rombu;

3) rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje ich osie symetrii oraz uzupełnia figurę do figury osiowosymetrycznej przy danych: osi symetrii figury i części figury;

4) rozpoznaje figury środkowosymetryczne i wskazuje ich środki symetrii.

XVI. Zaawansowane metody zliczania. Uczeń:

1) stosuje regułę mnożenia do zliczania par elementów o określonych własnościach;

2) stosuje regułę dodawania i mnożenia do zliczania par elementów w sytuacjach, wymagających rozważenia kilku przypadków, na przykład w zliczaniu liczb naturalnych trzycyfrowych podzielnych przez 5 i mających trzy różne cyfry albo jak w zadaniu:

W klasie jest 14 dziewczynek i 11 chłopców. Na ile sposobów można z tej klasy wybrać dwuosobową delegację składającą się z jednej dziewczynki i jednego chłopca?

XVII. Rachunek prawdopodobieństwa. Uczeń:

1) oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach, polegających na rzucie dwiema kostkami lub losowaniu dwóch elementów ze zwracaniem;

2) oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach, polegających na losowaniu dwóch elementów bez zwracania jak w przykładzie:

Z urny zawierającej kule ponumerowane liczbami od 1 do 7 losujemy bez zwracania dwie kule. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że suma liczb na wylosowanych kulach będzie parzysta.

**Materiał nauczania związany z celami edukacyjnymi**

**KLASA IV**

Materiał nauczania	Liczba godzin
Liczby naturalne	23
Działania pisemne	21
Podzielność liczb naturalnych	9
Figury geometryczne	20
Ułamki zwykłe	16
Ułamki dziesiętne	16
Pole prostokąta	9
Prostopadłościan	11
	125

**KLASA V**

Materiał nauczania	Liczba godzin
Liczby naturalne	13
Ułamki zwykłe	23
Figury na płaszczyźnie	22
Ułamki dziesiętne	23
Pola figur	16
Liczby całkowite	11
Graniastosłupy	13
	121

**KLASA VI**

<b>Materiał nauczania</b>	<b>Liczba godzin</b>
Liczby dodatnie	24
Figury płaskie	14
Matematyka w praktyce	14
Pola wielokątów	13
Bryły	12
Liczby dodatnie i ujemne	13
Diagramy i wykresy	7
Wyrażenia algebraiczne i równania	12
Procenty	9
	118

**KLASA VII**

<b>Materiał nauczania</b>	<b>Liczba godzin</b>
Przybliżanie i zaokrąglanie. Oś liczbowa	13
Potęgi	14
Pierwiastki	10
Wyrażenia algebraiczne	19
Obliczenia procentowe	19
Równania z jedną niewiadomą. Proporcjonalność	20
Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Dowodzenie twierdzeń geometrycznych	21
Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej	10
	126

**KLASA VIII**

<b>Materiał nauczania</b>	<b>Liczba godzin</b>
Liczby i wyrażenia algebraiczne	20
Trójkąty prostokątne	25
Wielokąty i okręgi	20
Geometria przestrzenna	25
Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa	8
Symetrie	8
Symetralna odcinka i dwusieczna kąta	8
Zaawansowane metody zliczania i rachunek prawdopodobieństwa	10
	124

### 3. Treści edukacyjne (zgodne z treściami nauczania zawartymi w podstawie programowej)

#### KLASA IV

LICZBY NATURALNE	
Material nauczania	Przewidywane osiągnięcia
Liczby a cyfry	Uczeń: – odróżnia pojęcie cyfry od liczby, – tworzy dowolną liczbę z danych cyfr, – odczytuje i zapisuje liczby naturalne wielocyfrowe.
Dodawanie i odejmowanie w pamięci	Uczeń: – wskazuje elementy dodawania i odejmowania: składniki, suma, odjemna, odjemnik, różnica, – przedstawia liczbę w postaci sumy kilku składników, – liczbę jednocyfrową dodaje do dowolnej liczby naturalnej i odejmuje od dowolnej liczby naturalnej, – dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe, – stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania, – porównuje różnicowo liczby naturalne, – stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania dodawania i odejmowania.
Mnożenie i dzielenie w pamięci	Uczeń: – wskazuje elementy mnożenia i dzielenia: czynniki, iloczyn, dzielna, dzielnik, iloraz, – wykorzystuje własności liczb 0 i 1 w mnożeniu i dzieleniu, – mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową, dwucyfrową w pamięci (w najprostszymi przykładach), – sprawdza poprawność dzielenia za pomocą mnożenia, – stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność mnożenia oraz rozdzielność mnożenia lub dzielenia względem dodawania i odejmowania, – porównuje ilorazowo liczby naturalne, – wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych, – wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby, – podaje resztę z dzielenia.
Kolejność wykonywania działań	Uczeń: – stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań.
Kwadraty i sześciiany liczb naturalnych	Uczeń: – zapisuje iloczyn tych samych czynników w postaci potęgi, – oblicza kwadraty i sześciiany liczb naturalnych.
Liczby w dziesiętkowym układzie pozycyjnym	Uczeń: – odczytuje i zapisuje liczby naturalne wielocyfrowe.
Interpretacja liczb naturalnych na osi liczbowej	Uczeń: – interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej.
Porównywanie liczb naturalnych	Uczeń: – porównuje liczby naturalne.

Rzymski sposób zapisu liczb	Uczeń: – liczby w zakresie do 30 zapisane w systemie rzymskim przedstawia w systemie dziesiętkowym, a zapisane w systemie dziesiętkowym przedstawia w systemie rzymskim.
Kalendarz i czas	Uczeń: – wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach oraz proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach.
<b>DZIAŁANIA PISEMNE</b>	
<b>Material nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Dodawanie i odejmowanie liczb sposobem pisemnym	Uczeń: – dodaje i odejmuje pisemnie liczby naturalne wielocyfrowe, a także za pomocą kalkulatora, – sprawdza poprawność wykonania odejmowania za pomocą dodawania, – stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania, – porównuje różnicowo liczby naturalne.
Mnożenie i dzielenie pisemne	Uczeń: – mnoży i dzieli pisemnie liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową, – mnoży pisemnie liczbę naturalną przez liczbę naturalną z zerami na końcu, – mnoży i dzieli pisemnie liczbę naturalną przez liczbę naturalną wielocyfrową, – stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające mnożenie, – porównuje ilorazowo liczby naturalne, – wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych, – wyznacza wynik dzielenia liczby z resztą, – dzieli pisemnie liczbę naturalną przez liczbę naturalną wielocyfrową.



Działania łączne na liczbach naturalnych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań,</li> <li>– stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia,</li> <li>– szacuje wyniki działań,</li> <li>– czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe,</li> <li>– wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodny dla siebie sposób zapisania informacji i danych z treści zadania,</li> <li>– dostrzega zależności między podanymi informacjami,</li> <li>– dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla siebie strategie rozwiązania,</li> <li>– do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody,</li> <li>– weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania.</li> </ul>
<b>PODZIELNOŚĆ LICZB NATURALNYCH</b>	
<b>Material nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Dzielniki i wielokrotności liczb naturalnych	Uczeń: – rozpoznaje dzielniki i wielokrotności liczb.
Cechy podzielności przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100	Uczeń: – rozpoznaje liczby naturalne podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100.
Liczby pierwsze i złożone	Uczeń: – rozpoznaje liczbę złożoną, gdy jest ona jednocyfrowa lub dwucyfrowa, a także wtedy, gdy na istnienie dzielnika wskazuje poznana cecha podzielności.
Największy wspólny dzielnik. Najmniejsza wspólna wielokrotność	Uczeń: – rozkłada liczby dwucyfrowe na czynniki pierwsze, – znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność.
<b>FIGURY GEOMETRYCZNE</b>	
<b>Material nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Punkt, prosta, odcinek, półprosta	Uczeń: – rozpoznaje i nazywa figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek, – szacuje długość odcinka, – mierzy długość odcinka z dokładnością do 1 milimetra, – zamienia i poprawnie stosuje jednostki długości: metr, centymetr, decymetr, milimetr, kilometr, – rozpoznaje odcinki i proste prostopadłe i równoległe, – rysuje pary odcinków prostopadłych i równoległych.

Kąty. Rodzaje kątów	Uczeń: – wskazuje w kątach ramiona i wierzchołek, – rozpoznaje kąt prosty, ostry i rozwarty, – mierzy kąty mniejsze od 180 stopni z dokładnością do 1 stopnia, – rysuje kąt o mierze mniejszej niż 180 stopni, – porównuje kąty.
Wielokąt	Uczeń: – rozpoznaje i nazywa trójkąt, czworokąt, pięciokąt, sześciokąt.
Prostokąt i kwadrat	Uczeń: – rozpoznaje i nazywa kwadrat i prostokąt, zna najważniejsze własności kwadratu i prostokąta, – oblicza obwód prostokąta i kwadratu o danych długościach boków, – oblicza bok kwadratu przy podanym obwodzie, – oblicza bok prostokąta przy danym obwodzie i drugim boku, – zamienia i poprawnie stosuje jednostki długości.
Okręgi i koła	Uczeń: – wskazuje na rysunku cięciwę, średnicę, promień koła i okręgu, – rysuje cięciwę koła i okręgu, a także, jeżeli dany jest środek okręgu, promień i średnicę.
Powiększanie i pomniejszanie figur	Uczeń: – oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali, oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość, – rysuje figury w skali, – posługuje się skalą na mapie i planie.
<b>UŁAMKI ZWYKŁE</b>	
<b>Material nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Ułamek jako część całości	Uczeń: – opisuje część danej całości za pomocą ułamka.
Liczba mieszana	Uczeń: – przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej, a liczbę mieszaną w postaci ułamka niewłaściwego.
Ułamek jako wynik dzielenia	Uczeń: – przedstawia ułamek jako iloraz liczb naturalnych, a iloraz liczb naturalnych jako ułamek.
Porównywanie ułamków o jednakowych mianownikach lub jednakowych licznikach	Uczeń: – porównuje ułamki zwykłe.
Skracanie i rozszerzanie ułamków	Uczeń: – skraca i rozszerza ułamki zwykłe, – sprowadza ułamki zwykłe do wspólnego mianownika, – porównuje ułamki zwykłe.
Ułamki na osi liczbowej	Uczeń: – zaznacza ułamki zwykłe na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe zaznaczone na osi liczbowej.

Dodawanie i odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach	Uczeń: – dodaje i odejmuje ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane, – oblicza wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań.
Mnożenie ułamka przez liczbę naturalną	Uczeń: – mnoży liczbę naturalną przez ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także przez liczby mieszane, – oblicza ułamek danej liczby naturalnej.
Działania na ułamkach zwykłych. Zadania tekstowe	Uczeń: – dodaje, odejmuje i mnoży ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane, – oblicza wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań, – czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe, – wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodny dla siebie sposób zapisania informacji i danych z treści zadania, – dostrzega zależności między podanymi informacjami, dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla siebie strategie rozwiązania, – do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody, – weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania.

#### **UŁAMKI DZIESIĘTNE**

<b>Material nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Wyrażenia dwumianowane i ich postać dziesiętna	Uczeń: – zapisuje wyrażenia dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego i odwrotnie, – zamienia i poprawnie stosuje jednostki długości: metr, centymetr, decymetr, milimetr, kilometr, – zamienia i poprawnie stosuje jednostki masy: gram, kilogram, dekagram, tona.
Zapisywanie i odczytywanie liczb dziesiętnych	Uczeń: – zapisuje i odczytuje liczby dziesiętne.
Zamiana ułamka zwykłego na dziesiętny	Uczeń: – zamienia ułamki zwykłe o mianownikach będących dzielnikami liczb 10, 100, 1000 itd. na ułamki dziesiętne skończone dowolną metodą (przez rozszerzanie ułamków zwykłych, dzielenie licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora).
Ułamki dziesiętne na osi liczbowej	Uczeń: – zaznacza ułamki dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej.
Porównywanie ułamków dziesiętnych	Uczeń: – porównuje ułamki dziesiętne.
Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych	Uczeń: – dodaje i odejmuje ułamki dziesiętne w pamięci (w najprostszych przykładach), pisemnie i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach).
Mnożenie i dzielenie ułamków przez 10, 100, 1000	Uczeń: – mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w najprostszych przykładach), pisemnie i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach).

Działania na ułamkach dziesiętnych. Zadania tekstowe	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w najprostszych przykładach), pisemnie i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach),</li> <li>– oblicza wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań,</li> <li>– czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe,</li> <li>– wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla siebie zapisanie informacji i danych z treści zadania,</li> <li>– dostrzega zależności między podanymi informacjami, dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla siebie strategie rozwiązania,</li> <li>– do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody,</li> <li>– weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania.</li> </ul>
<b>POLE PROSTOKĄTA</b>	
<b>Material nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Obliczanie pola prostokąta poprzez wypełnianie go kwadratami jednostkowymi	Uczeń: – oblicza pole prostokąta przedstawionego na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym).
Pole prostokąta i kwadratu	Uczeń: – stosuje jednostki pola: metr kwadratowy, centymetr kwadratowy, kilometr kwadratowy, milimetr kwadratowy, decymetr kwadratowy, ar, hektar, – oblicza pole prostokąta i kwadratu przedstawionych na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym), – korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, zamienia wzór na formę słowną
<b>PROSTOPADŁOŚCIAN</b>	
<b>Material nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Opis prostopadłościanu i sześcianu	Uczeń: – rozpoznaje prostopadłościany i sześciany w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył, – wskazuje wśród graniastosłupów prostopadłościany i sześciany oraz uzasadnia swój wybór.
Siatki prostopadłościanów i sześcianów	Uczeń: – rozpoznaje siatki prostopadłościanów i sześcianów, – rysuje siatki prostopadłościanów i sześcianów.
Pole powierzchni prostopadłościanu i sześcianu	Uczeń: – oblicza pole powierzchni prostopadłościanu i sześcianu przy danych długościach krawędzi, – korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, – stosuje jednostki pola (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń).

**KLASA V**

<b>LICZBY NATURALNE</b>	
<b>Materiał nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Zapisywanie i porównywanie liczb	Uczeń: – odczytuje i zapisuje liczby naturalne wielocyfrowe, – porównuje liczby naturalne, – interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej.
Rachunki pamięciowe	Uczeń: – dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe lub większe; liczbę jednocyfrową dodaje do dowolnej liczby naturalnej i odejmuje od dowolnej liczby naturalnej, – stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania, – mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową, dwucyfrową lub trzycyfrową w pamięci (w najprostszych przykładach), – stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność mnożenia.
Szacowanie wyników działań	Uczeń: – szacuje wyniki działań.
Rachunki pisemne – dodawanie i odejmowanie	Uczeń: – dodaje i odejmuje liczby naturalne wielocyfrowe pisemnie.
Rachunki pisemne – mnożenie i dzielenie	Uczeń: – mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową, dwucyfrową lub trzycyfrową pisemnie, – wykonuje dzielenie liczb naturalnych z resztą.
Kolejność działań. Zadania tekstowe	Uczeń: – stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań, – stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania i mnożenia, – czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe, – wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodny dla siebie sposób zapisania informacji i danych z treści zadania, – dostrzega zależności między podanymi informacjami, – dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla siebie strategie rozwiązania, – do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody, – weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania.
<b>UŁAMKI ZWYKŁE</b>	
<b>Materiał nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Ułamki zwykłe i liczby mieszane	Uczeń: – opisuje część danej całości za pomocą ułamka, – przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej i odwrotnie.
Ułamek jako iloraz	Uczeń: – przedstawia ułamek jako iloraz liczb naturalnych, a iloraz liczb naturalnych jako ułamek.
Rozszerzanie i skracanie ułamków	Uczeń: – skraca i rozszerza ułamki zwykłe.

Porównywanie ułamków	Uczeń: – porównuje ułamki zwykłe.
Dodawanie i odejmowanie ułamków	Uczeń: – dodaje i odejmuje ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane, – sprowadza ułamki zwykłe do wspólnego mianownika.
Mnożenie ułamków zwykłych	Uczeń: – mnoży ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane, – oblicza ułamek danej liczby naturalnej.
Dzielenie ułamków zwykłych	Uczeń: – dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane.
Działania łączne na ułamkach zwykłych	Uczeń: – oblicza wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań, – porównuje różnicowo ułamki, – czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe, – wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodny dla siebie sposób zapisania informacji i danych z treści zadania, – dostrzega zależności między podanymi informacjami, – dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla siebie strategie rozwiązania, – do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody, – weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania.

#### **FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE**

<b>Material nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Proste prostopadłe i proste równoległe	Uczeń: – rozpoznaje odcinki i proste prostopadłe i równoległe, – rysuje pary odcinków prostopadłych i równoległych.
Odległość punktu od prostej	Uczeń: – wie, że aby znaleźć odległość punktu od prostej, należy znaleźć długość odpowiedniego odcinka prostopadłego.
Kąty. Mierzenie kątów	Uczeń: – wskazuje w kątach ramiona i wierzchołek, – mierzy kąty mniejsze od 180 stopni z dokładnością do 1 stopnia, – rysuje kąt o mierze mniejszej niż 180 stopni, – rozpoznaje kąt prosty, ostry i rozwarty, – porównuje kąty.
Kąty przyległe, kąty wierzchołkowe	Uczeń: – rozpoznaje kąty wierzchołkowe i kąty przyległe oraz korzysta z ich własności.
Wielokąty	Uczeń: – oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.
Trójkąt i jego własności	Uczeń: – rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne, równoboczne i równoramienne, – ustala możliwość zbudowania trójkąta (na podstawie nierówności trójkąta), – konstruuje trójkąt o trzech danych bokach; ustala możliwość zbudowania trójkąta (na podstawie nierówności trójkąta), – stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta.

Prostokąty i kwadraty	Uczeń: – rozpoznaje i nazywa kwadrat i prostokąt, – zna najważniejsze własności kwadratu i prostokąta.
Równoległoboki i romby	Uczeń: – rozpoznaje i nazywa równoległobok i romb, – zna najważniejsze własności rombu i równoległoboku.
Trapezy	Uczeń: – rozpoznaje i nazywa trapez, – zna najważniejsze własności trapezu.
Czworokąty – zadania	Uczeń: – rozpoznaje i nazywa kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez, – zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, – wykorzystuje najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu do rozwiązywania zadań praktycznych, – oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów.
<b>UŁAMKI DZIESIĘTNE</b>	
<b>Material nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Zapisywanie ułamków dziesiętnych	Uczeń: – zapisuje wyrażenia dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego i odwrotnie, – zapisuje ułamek zwykły w postaci ułamka dziesiętnego.
Porównywanie ułamków dziesiętnych	Uczeń: – porównuje ułamki dziesiętne.
Różne sposoby zapisywania długości i masy	Uczeń: – zamienia i poprawnie stosuje jednostki długości: metr, centymetr, decymetr, milimetr, kilometr; – zamienia i poprawnie stosuje jednostki masy: gram, kilogram, dekagram, tona.
Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych	Uczeń: – dodaje i odejmuje ułamki dziesiętne w pamięci (w najprostszych przykładach), pisemnie i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach).
Mnożenie i dzielenie ułamków dziesiętnych	Uczeń: – mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w najprostszych przykładach), pisemnie i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach).
Szacowanie wyników działań na ułamkach dziesiętnych	Uczeń: – szacuje wyniki działań.
Zaznaczanie ułamków zwykłych i dziesiętnych na osi liczbowej	Uczeń: – zaznacza ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej.

Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Zadania tekstowe	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– zapisuje ułamek dziesiętny skończony w postaci ułamka zwykłego,</li> <li>– wykonuje nieskomplikowane rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne,</li> <li>– porównuje różnicowo ułamki,</li> <li>– czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe,</li> <li>– wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodny dla siebie sposób zapisania informacji i danych z treści zadania,</li> <li>– dostrzega zależności między podanymi informacjami,</li> <li>– dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla siebie strategie rozwiązania,</li> <li>– do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody,</li> <li>– weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania.</li> </ul>
<b>POLA FIGUR</b>	
<b>Material nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Pole prostokąta i kwadratu	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza pola: kwadratu, prostokąta przedstawionych na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych,</li> <li>– stosuje jednostki pola: metr kwadratowy, decymetr kwadratowy, centymetr kwadratowy, milimetr kwadratowy, kilometr kwadratowy, ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń).</li> </ul>
Pole równoległoboku i pole rombu	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza pola: rombu, równoległoboku przedstawionych na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych,</li> <li>– stosuje jednostki pola.</li> </ul>
Pole trójkąta	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza pole trójkąta przedstawionego na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych,</li> <li>– stosuje jednostki pola.</li> </ul>
Pole trapezu	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza pole trapezu przedstawionego na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych,</li> <li>– stosuje jednostki pola.</li> </ul>
<b>LICZBY CAŁKOWITE</b>	
<b>Material nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Liczby ujemne	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje praktyczne przykłady stosowania liczb ujemnych,</li> <li>– odczytuje temperaturę (dodatnią i ujemną).</li> </ul>
Wartość bezwzględna	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza wartość bezwzględną.</li> </ul>
Porównywanie liczb całkowitych (zaznaczanie na osi liczbowej)	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej,</li> <li>– porównuje liczby całkowite.</li> </ul>
Dodawanie i odejmowanie liczb całkowitych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.</li> </ul>
Mnożenie i dzielenie liczb całkowitych	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.</li> </ul>
<b>GRANIASTOSŁUPY</b>	



<b>Material nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Prostopadłościany i sześciiany	Uczeń: – rozpoznaje prostopadłościany i sześciiany w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył.
Przykłady graniastosłupów prostych	Uczeń: – rozpoznaje graniastosłupy proste w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył, – wskazuje wśród graniastosłupów prostopadłościany i sześciiany oraz uzasadnia swój wybór.
Siatki graniastosłupów	Uczeń: – rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych, – rysuje siatki prostopadłościanów.
Pole powierzchni prostopadłościanu	Uczeń: – oblicza pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi.
Objętość prostopadłościanu. Jednostki objętości	Uczeń: – oblicza objętość prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi, – stosuje jednostki objętości i pojemności: litr, mililitr, decymetr sześcienny, metr sześcienny, centymetr sześcienny, milimetr sześcienny.

**KLASA VI**

<b>LICZBY NATURALNE I UŁAMKI</b>	
<b>Materiał nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Rachunki pamięciowe na liczbach naturalnych i ułamkach dziesiętnych	Uczeń: – dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe, liczby wielocyfrowe w takich przypadkach, jak np. $230 + 80$ lub $4600 - 1200$ ; liczbę jednocyfrową dodaje do dowolnej liczby naturalnej i odejmuje od dowolnej liczby naturalnej, – mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową, dwucyfrową lub trzycyfrową w pamięci (w najprostszych przykładach), – dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne w pamięci (w najprostszych przykładach).
Działania na ułamkach dziesiętnych	Uczeń: – dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki dziesiętne pisemnie i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach), – wykonuje działania na ułamkach dziesiętnych, używając własnych, poprawnych strategii lub za pomocą kalkulatora.
Działania na ułamkach zwykłych	Uczeń: – dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane.
Potęgowanie liczb	Uczeń: – oblicza kwadraty i sześciany ułamków zwykłych i dziesiętnych oraz liczb mieszanych.
Zamiana ułamków zwykłych na dziesiętne	Uczeń: – zamienia ułamki zwykłe o mianownikach będących dzielnikami liczb 10, 100, 1000 itd. na ułamki dziesiętne skończone dowolną metodą (przez rozszerzanie ułamków zwykłych, dzielenie licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora).
Ułamki zwykłe i dziesiętne	Uczeń: – wykonuje nieskomplikowane rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne, – oblicza ułamek danej liczby naturalnej, – czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe, – wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodny dla siebie sposób zapisania informacji i danych z treści zadania, – dostrzega zależności między podanymi informacjami, – dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla siebie strategie rozwiązania, – do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody, – weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania.
Rozwinięcia dziesiętne ułamków zwykłych	Uczeń: – zapisuje ułamki zwykłe o mianownikach innych niż będących dzielnikami liczb 10, 100, 1000 itd., w postaci rozwinięcia dziesiętnego nieskończonego (z użyciem trzech kropek po ostatniej cyfrze), dzieląc licznik przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora.
Zaokrąglanie ułamków dziesiętnych	Uczeń: – zaokrągla ułamki dziesiętne, – szacuje wyniki działań.

<b>FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE</b>	
<b>Materiał nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Proste, odcinki, okręgi, koła	Uczeń: – rozpoznaje i nazywa figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek, – wskazuje na rysunku, a także rysuje cięciwę, średnicę, promień koła i okręgu.
Kąty	Uczeń: – wskazuje w kątach ramiona i wierzchołek, – mierzy kąty mniejsze od 180 stopni z dokładnością do 1 stopnia, – rysuje kąt o mierze mniejszej niż 180 stopni, – rozpoznaje kąt prosty, ostry i rozwarty, – porównuje kąty, – rozpoznaje kąty wierzchołkowe i kąty przyległe oraz korzysta z ich własności.
Trójkąty, czworokąty i inne wielokąty	Uczeń: – rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne, równoboczne i równoramienne, – konstruuje trójkąt o trzech danych bokach; ustala możliwość zbudowania trójkąta (na podstawie nierówności trójkąta), – stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta, – rozpoznaje i nazywa kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez, – zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu.
Kąty w trójkątach i czworokątach	Uczeń: – stosuje twierdzenie o sumie kątów trójkąta.
<b>LICZBY NA CO DZIEŃ</b>	
<b>Materiał nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Kalendarz i czas	Uczeń: – wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach, – wykonuje proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach.
Jednostki długości i jednostki masy	Uczeń: – zamienia i poprawnie stosuje jednostki długości: metr, centymetr, decymetr, milimetr, kilometr, – zamienia i poprawnie stosuje jednostki masy: gram, kilogram, dekagram, tona.
Skala na planach i mapach	Uczeń: – oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali, oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość.
Zaokrąglanie liczb	Uczeń: – zaokrągla liczby naturalne, – zaokrągla ułamki dziesiętne.
Gromadzenie i porządkowanie danych	Uczeń: – gromadzi i porządkuje dane.
Odczytywanie informacji z tabel i diagramów oraz przedstawionych na wykresach	Uczeń: – odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, tabelach, diagramach i na wykresach.
<b>PRĘDKOŚĆ, DROGA, CZAS</b>	
<b>Materiał nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>

Droga	Uczeń: – w sytuacji praktycznej oblicza drogę przy danej prędkości i danym czasie, – stosuje jednostki prędkości: km/h, m/s.
Prędkość	Uczeń: – w sytuacji praktycznej oblicza prędkość przy danej drodze i danym czasie, – stosuje jednostki prędkości: km/h, m/s.
Czas	Uczeń: – w sytuacji praktycznej oblicza czas przy danej drodze i danej prędkości, – stosuje jednostki prędkości: km/h, m/s.
<b>POLA WIELOKĄTÓW</b>	
<b>Materiał nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Jednostki pola	Uczeń: – stosuje jednostki pola: metr kwadratowy, decymetr kwadratowy, centymetr kwadratowy, milimetr kwadratowy, kilometr kwadratowy, ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń).
Pole prostokąta	Uczeń: – oblicza pole prostokąta przedstawionego na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych, – stosuje jednostki pola: metr kwadratowy, decymetr kwadratowy, centymetr kwadratowy, milimetr kwadratowy, kilometr kwadratowy, ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń).
Pole równoległoboku i rombu	Uczeń: – oblicza pola rombu i równoległoboku przedstawionych na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych, – stosuje jednostki pola: metr kwadratowy, decymetr kwadratowy, centymetr kwadratowy, milimetr kwadratowy, kilometr kwadratowy, ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń).
Pole trójkąta	Uczeń: – oblicza pole trójkąta przedstawionego na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych, – stosuje jednostki pola: metr kwadratowy, decymetr kwadratowy, centymetr kwadratowy, milimetr kwadratowy, kilometr kwadratowy, ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń).
Pole trapezu	Uczeń: – oblicza pole trapezu przedstawionego na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych, – stosuje jednostki pola: metr kwadratowy, decymetr kwadratowy, centymetr kwadratowy, milimetr kwadratowy, kilometr kwadratowy, ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń).
Pola wielokątów	Uczeń: – oblicza pola: kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trójkąta, trapezu przedstawionych na rysunku (w tym na własnym rysunku pomocniczym) oraz w sytuacjach praktycznych, – stosuje jednostki pola: metr kwadratowy, decymetr kwadratowy, centymetr kwadratowy, milimetr kwadratowy, kilometr kwadratowy, ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń).
<b>FIGURY PRZESTRZENNE</b>	
<b>Materiał nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Rozpoznawanie figur przestrzennych	Uczeń: – rozpoznaje graniastosłupy proste, ostrosłupy, walce, stożki i kule w sytuacjach praktycznych i wskazuje te bryły wśród innych modeli brył.

Prostopadłościany i sześciiany	Uczeń: – stosuje jednostki pola: metr kwadratowy, decymetr kwadratowy, centymetr kwadratowy, milimetr kwadratowy, kilometr kwadratowy, ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń), – oblicza objętość i pole powierzchni prostopadłościanu przy danych długościach krawędzi.
Graniastosłupy proste	Uczeń: – rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych.
Objętość prostopadłościanu	Uczeń: – rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów.
Siatki graniastosłupów i ostrosłupów	Uczeń: – rysuje siatki prostopadłościanów, – rozpoznaje siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów.
<b>LICZBY WYMIERNE</b>	
<b>Material nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Liczby dodatnie i liczby ujemne	Uczeń: – podaje praktyczne przykłady stosowania liczb ujemnych, – interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej, – porównuje liczby całkowite.
Dodawanie i odejmowanie	Uczeń: – wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.
Mnożenie i dzielenie	Uczeń: – wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.
Działania łączne	Uczeń: – wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.
<b>WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE I RÓWNANIA</b>	
<b>Material nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Zapisywanie i odczytywanie wyrażeń algebraicznych	Uczeń: – korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, zamienia wzór na formę słowną, – stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkościami liczbowymi i zapisuje proste wyrażenie algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym.
Obliczanie wartości wyrażeń algebraicznych	Uczeń: – stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkościami liczbowymi i zapisuje proste wyrażenie algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym.
Zapisywanie równań. Liczba spełniająca równanie	Uczeń: – rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą występującą po jednej stronie równania (poprzez zgadywanie, dopełnianie lub wykonanie działania odwrotnego).

Rozwiązywanie równań	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą występującą po jednej stronie równania (poprzez zgadywanie, dopełnianie lub wykonanie działania odwrotnego),</li> <li>– czyta ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe,</li> <li>– wykonuje wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodny dla siebie sposób zapisania informacji i danych z treści zadania,</li> <li>– dostrzega zależności między podanymi informacjami,</li> <li>– dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla siebie strategie rozwiązania,</li> <li>– do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody,</li> <li>– weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania.</li> </ul>
<b>PROCENTY</b>	
<b>Material nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Do czego służą procenty	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– interpretuje 100% danej wielkości jako całość, 50% – jako połowę, 25% – jako jedną czwartą, 10% – jako jedną dziesiątą, a 1% – jako jedną setną część danej wielkości liczbowej,</li> <li>– w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości w stopniu trudności typu 50%, 10%, 20%.</li> </ul>
Procenty i ułamki	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– interpretuje 100% danej wielkości jako całość, 50% – jako połowę, 25% – jako jedną czwartą, 10% – jako jedną dziesiątą, a 1% – jako jedną setną część danej wielkości liczbowej,</li> <li>– w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości w stopniu trudności typu 50%, 10%, 20%.</li> </ul>

## KLASA VII

<b>PRZYBLIŻANIE I ZAOKRĄGLANIE. OŚ LICZBOWA</b>	
<b>Materiał nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Liczby dodatnie i ujemne	Uczeń: – zapisuje liczby wymierne w postaci ułamków zwykłych, – podaje liczby wymierne ujemne, dodatnie.
Rozwinięcia dziesiętne liczb wymiernych	Uczeń: – podaje rozwinięcia dziesiętne liczb wymiernych, – porównuje liczby wymierne.
Przybliżenia i zaokrąglanie liczb	Uczeń: – podaje rozwinięcia dziesiętne ułamków z dokładnością do wskazanego rzędu.
Liczby dodatnie i ujemne na osi liczbowej	Uczeń: – zaznacza liczby dodatnie i ujemne na osi liczbowej, – odczytuje współrzędne punktów zaznaczonych na osi liczbowej, – oblicza odległość między punktami o podanych współrzędnych.
Zaznaczanie zbiorów liczbowych na osi liczbowej	Uczeń: – zaznacza zbiory liczbowe na osi liczbowej.
Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych	Uczeń: – oblicza wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań, – wykonuje działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych, używając własnych, poprawnych strategii lub za pomocą kalkulatora.
<b>POTĘGI</b>	
<b>Materiał nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Potęga o wykładniku całkowitym dodatnim	Uczeń: – zapisuje iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim.
Mnożenie i dzielenie potęg o jednakowych podstawach	Uczeń: – mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich.
Potęgowanie potęgi	Uczeń: – podnosi potęgę do potęgi.
Potęgowanie iloczynu i ilorazu	Uczeń: – mnoży i dzieli potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach, – potęguje iloczyn i iloraz.
Działania na potęgach	Uczeń: – stosuje poznane działania na potęgach.
Notacja wykładnicza	Uczeń: – odczytuje i zapisuje liczby w notacji wykładniczej.
<b>PIERWIASTKI</b>	
<b>Materiał nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Pierwiastek kwadratowy i sześcienny	Uczeń: – oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześciąciami liczb wymiernych.
Szacowanie pierwiastków	Uczeń: – szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki.

Pierwiastek z iloczynu i ilorazu	Uczeń: – oblicza pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, – mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia.
Wylączenie liczby przed znak pierwiastka	Uczeń: – wylącza liczbę przed znak pierwiastka, – doprowadza wyrażenie algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki do prostszej postaci.
Włączenie liczby pod znak pierwiastka	Uczeń: – włącza liczbę pod znak pierwiastka, – doprowadza wyrażenie algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki do prostszej postaci.
<b>WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE</b>	
<b>Material nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Zapisywanie i odczytywanie wyrażeń algebraicznych	Uczeń: – zapisuje wyniki podanych działań w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych, – zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych, – zapisuje rozwiązania zadań w postaci wyrażeń algebraicznych.
Wartość liczbową wyrażenia algebraicznego	Uczeń: – oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych.
Jednomiany Redukcja wyrazów podobnych	Uczeń: – porządkuje jednomiany.
Sumy algebraiczne	Uczeń: – dodaje jednomiany podobne.
Dodawanie i odejmowanie sum algebraicznych	Uczeń: – dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, dokonując przy tym redukcji wyrazów podobnych.
Mnożenie sum algebraicznych przez jednomian	Uczeń: – mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomian.
Mnożenie sum algebraicznych	Uczeń: – mnoży dwumian przez dwumian, dokonując redukcji wyrazów podobnych.
Przekształcanie wyrażeń algebraicznych	Uczeń: – dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, – mnoży sumy algebraiczne przez jednomian, – mnoży dwumian przez dwumian, – redukuje wyrazy podobne.
<b>OBLICZENIA PROCENTOWE</b>	
<b>Material nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Pojęcie procentu	Uczeń: – przedstawia część wielkości jako procent tej wielkości, – określa, jaki procent figury zaznaczono, – zaznacza procent danej figury.
Obliczanie procentu danej liczby	Uczeń: – oblicza liczbę $a$ równą $p$ procent danej liczby $b$ , – rozwiązuje zadania tekstowe dotyczące obliczania procentu danej liczby.
Obliczanie, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba	Uczeń: – oblicza, jaki procent danej liczby $b$ stanowi liczba $a$ , – rozwiązuje zadania tekstowe dotyczące obliczania, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba.



Obliczanie liczby, gdy dany jest jej procent	Uczeń: – oblicza liczbę $b$ , której $p$ procent jest równe $a$ , – rozwiązuje zadania tekstowe dotyczące obliczania liczby, gdy dany jest jej procent.
Obliczenia procentowe	Uczeń: – stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym.
Podwyżki, obniżki, rabaty i podatki	Uczeń: – rozumie pojęcie podwyżki i obniżki o dany procent, – oblicza podwyżkę lub obniżkę danej wielkości o dany procent, – rozwiązuje zadanie tekstowe dotyczące obliczania podwyżek i obniżek o pewien procent, – stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.
Zadania na procenty	Uczeń: – stosuje własności procentów w sytuacji ogólnej.
Promile	Uczeń: – przedstawia część wielkości jako promil tej wielkości, – oblicza promil danej liczby, – oblicza liczbę na podstawie danego jej promila.
<b>RÓWNANIA Z JEDNĄ NIEWIADOMĄ. PROPORCJONALNOŚĆ</b>	
<b>Materiał nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Równanie Liczby spełniające równanie	Uczeń: – sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (stopnia pierwszego, drugiego lub trzeciego) z jedną niewiadomą.
Równania równoważne	Uczeń: – rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych.
Rozwiązywanie równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą	Uczeń: – rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych, – rozwiązuje równania, które po prostych przekształceniach wyrażeń algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą.
Przekształcanie wzorów	Uczeń: – przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych i fizycznych.
Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań	Uczeń: – rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi.
Proporcja i jej własności	Uczeń: – rozwiązuje równania, które po prostych przekształceniach wyrażeń algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, – wyznacza wielkość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną.
Wielkości wprost proporcjonalne	Uczeń: – podaje przykłady wielkości wprost proporcjonalnych, – wyznacza wielkość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej.
Podział proporcjonalny	Uczeń: – stosuje podział proporcjonalny.
<b>WŁASNOŚCI FIGUR GEOMETRYCZNYCH NA PŁASZCZYŹNIE</b>	

<b>Materiał nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Płaszczyzna, punkt, prosta, półprosta, odcinek	Uczeń: – rozpoznaje i nazywa figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek.
Proste prostopadłe i równoległe	Uczeń: – rozpoznaje proste i odcinki prostopadłe i równoległe, – rysuje pary odcinków prostopadłych i równoległych.
Kąty przyległe i kąty wierzchołkowe	Uczeń: – rozpoznaje kąty wierzchołkowe i przyległe oraz korzysta z ich własności, – zna i stosuje twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem zależności między kątami przyległymi), – oblicza miary kątów przyległych i wierzchołkowych, gdy dana jest miara jednego z nich.
Kąty naprzemianległe i odpowiadające	Uczeń: – korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych, – oblicza miary kątów naprzemianległych i odpowiadających, gdy dana jest miara jednego z nich.
Trójkąty i ich własności	Uczeń: – rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne, równoboczne i równoramienne, – klasyfikuje trójkąty ze względu na boki i kąty.
Własności trójkątów w zadaniach	Uczeń: – w trójkącie równoramiennym wyznacza przy danym jednym kącie miary pozostałych kątów oraz przy danych obwodzie i długości jednego boku długości pozostałych boków, – zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych, – zna nierówność trójkąta, – wykonuje proste obliczenia geometryczne, wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych.
Przystawianie trójkątów	Uczeń: – zna definicję figur przystających, – wskazuje figury przystające, – zna i stosuje cechy przystawiania trójkątów.
Dowodzenie twierdzeń geometrycznych	Uczeń: – przeprowadza dowody geometryczne o średnim poziomie trudności.
<b>ODCZYTYWANIE DANYCH I ELEMENTY STATYSTYKI OPISOWEJ</b>	
<b>Materiał nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Odczytywanie danych statystycznych	Uczeń: – interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych.
Zbieranie i opracowywanie danych statystycznych	Uczeń: – tworzy diagramy słupkowe i kołowe oraz wykresy liniowe na podstawie zebranych przez siebie danych lub danych pochodzących z różnych źródeł.
Średnia arytmetyczna	Uczeń: – oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

**KLASA VIII**

<b>LICZBY I WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE</b>	
<b>Materiał nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Liczby dodatnie i ujemne	Uczeń: – interpretuje liczby dodatnie i ujemne na osi liczbowej, – porównuje liczby dodatnie i ujemne, – zaokrągla liczby, – liczby w systemie rzymskim przedstawia w systemie dziesiętkowym i na odwrót.
Działania na liczbach	Uczeń: – dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby dodatnie i ujemne, – oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań.
Potęgi i pierwiastki	Uczeń: – zapisuje iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim, – wykonuje działania na potęgach, – odczytuje i zapisuje liczby w notacji wykładniczej, – oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych oraz wykonuje działania na pierwiastkach.
Obliczenia procentowe	Uczeń: – przedstawia część wielkości jako procent tej wielkości, – oblicza liczbę $a$ równą $p$ procent danej liczby $b$ , – oblicza, jaki procent danej liczby $b$ stanowi liczba $a$ , – oblicza liczbę $b$ , której $p$ procent jest równe $a$ , – stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym.
Diagramy procentowe	Uczeń: – interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych, – tworzy diagramy słupkowe i kołowe oraz wykresy liniowe, – oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.
Wyrażenia algebraiczne	Uczeń: – zapisuje wyniki podanych działań, zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych, – oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych, – porządkuje jednomiany, – dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, dokonując przy tym redukcji wyrazów podobnych, – mnoży sumy algebraiczne przez jednomian, – mnoży dwumian przez dwumian, dokonując redukcji wyrazów podobnych.
Równania	Uczeń: – sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania, – rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, – przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych i fizycznych, – rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, – wyznacza wielkość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną, – stosuje podział proporcjonalny.
<b>TRÓJKĄTY PROSTOKĄTNE</b>	
<b>Materiał nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>

Trójkąty	Uczeń: – zna warunek istnienia trójkąta, – oblicza miarę kąta trójkąta, gdy dane są dwa pozostałe, – oblicza miary kątów w trójkącie na podstawie rysunku, – oblicza obwody trójkątów, – podaje rodzaj trójkąta na podstawie miar jego kątów.
Twierdzenie Pitagorasa i zastosowanie twierdzenia	Uczeń: – oblicza długość trzeciego boku trójkąta prostokątnego, gdy znane są długości pozostałych boków; także wtedy, gdy ten trójkąt nie jest wyraźnie wskazany i w zastosowaniach praktycznych, – uzasadnia twierdzenie Pitagorasa, – wykorzystuje twierdzenie Pitagorasa w zadaniach prowadzących do równań z jedną niewiadomą.
Przekątna kwadratu Wysokość trójkąta równobocznego	Uczeń: – wyprowadza wzory na długość przekątnej kwadratu, wysokości trójkąta równobocznego i na pole trójkąta równobocznego, a także korzysta z tych wzorów w innych obliczeniach geometrycznych (także w kontekście praktycznym).
Prostokątny układ współrzędnych	Uczeń: – rysuje wielokąty w układzie współrzędnych, – wyznacza współrzędne brakujących wierzchołków prostokąta, równoległoboku i trójkąta.
Zaznaczanie punktów, których współrzędne spełniają podane warunki	Uczeń: – zaznacza punkty, których współrzędne spełniają podane warunki, – odczytuje warunek, jaki spełniają podane punkty zaznaczone w układzie współrzędnych.
Odcinek w układzie współrzędnych	Uczeń: – znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne wymierne, – znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek.
Figury w układzie współrzędnych	Uczeń: – rysuje figury w układzie współrzędnych, – oblicza długość boków wielokątów leżących w układzie współrzędnych, – rozwiązuje typowe zadania dotyczące figur w układzie współrzędnych.
Zadania na pola trójkątów	Uczeń: – rozwiązuje typowe zadania dotyczące pól trójkątów.
<b>WIELOKĄTY I OKRĘGI</b>	
<b>Materiał nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Długość okręgu	Uczeń: – oblicza długość okręgu o danym promieniu lub danej średnicy, – oblicza promień lub średnicę okręgu o danej długości okręgu, – rozwiązuje zadania tekstowe związane z długością okręgu.
Pole koła	Uczeń: – oblicza pole koła o danym promieniu lub danej średnicy, – oblicza promień lub średnicę koła o danym polu, – oblicza pole koła, znając jego obwód, – oblicza obwód koła, znając jego pole.
Zadania praktyczne na zastosowanie długości okręgu i pola koła	Uczeń: – oblicza pole pierścienia kołowego o danych promieniach lub średnicach obu okręgów tworzących pierścień, – oblicza pole połowy i ćwiartki koła o zadanym promieniu.

Czworokąty i ich własności	Uczeń: – klasyfikuje czworokąty ze względu na boki i kąty, – stosuje poznane własności czworokątów do rozwiązywania zadań tekstowych.
Wielokąt foremny	Uczeń: – zna pojęcie wielokąta foremnego, – konstruuje sześciokąt i ośmiokąt foremny wpisany w okrąg o danym promieniu, – oblicza miarę kąta wewnętrznego wielokąta foremnego, – rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując własności wielokątów foremnym.
Zadania na pola wielokątów i okręgów	Uczeń: – rozwiązuje zadania tekstowe związane z obliczaniem pól i obwodów wielokątów na płaszczyźnie.
<b>GEOMETRIA PRZESTRZENNA</b>	
<b>Materiał nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Przykłady graniastosłupów	Uczeń: – rozpoznaje graniastosłupy – w tym proste i pochyłe.
Siatki graniastosłupów	Uczeń: – rozpoznaje siatki graniastosłupów.
Pole powierzchni sześcianu i prostopadłościanu	Uczeń: – oblicza pole powierzchni prostopadłościanu o danych długościach krawędzi.
Pola powierzchni graniastosłupów	Uczeń: – oblicza pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe.
Jednostki objętości	Uczeń: – stosuje jednostki objętości.
Objętość sześcianu i prostopadłościanu	Uczeń: – oblicza objętość sześcianu i prostopadłościanu o danych długościach krawędzi.
Objętość graniastosłupa	Uczeń: – oblicza objętości graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe.
Przykłady ostrosłupów	Uczeń: – rozpoznaje ostrosłupy – w tym proste i pochyłe.
Siatki ostrosłupów	Uczeń: – rysuje siatki ostrosłupów.
Pola powierzchni ostrosłupów	Uczeń: – oblicza pole powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe.
Objętość ostrosłupa	Uczeń: – oblicza objętość ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe.
<b>WPROWADZENIE DO KOMBINATORYKI I RACHUNKU PRAWDOPODOBIEŃSTWA</b>	
<b>Materiał nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Przykłady doświadczeń losowych	Uczeń: – wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów mających daną własność, – przeprowadza proste doświadczenia losowe.
Obliczanie prawdopodobieństwa doświadczeń losowych	Uczeń: – przeprowadza proste doświadczenia losowe i analizuje je, – oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.
<b>SYMETRIE</b>	

<b>Material nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Symetria względem prostej	Uczeń: – zna pojęcie figur symetrycznych względem prostej, – rozpoznaje punkty symetryczne względem prostej, – rysuje figury w symetrii osiowej, – stosuje własności punktów symetrycznych względem prostej w zadaniach.
Oś symetrii figury	Uczeń: – rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje ich osie symetrii oraz uzupełnia figurę do figury osiowosymetrycznej przy danych: osi symetrii figury i części figury.
Symetria względem punktu	Uczeń: – znajduje środek symetrii, względem którego punkty są symetryczne, – podaje własności punktów symetrycznych, – stosuje własności punktów symetrycznych względem punktu w zadaniach, – rysuje figury w symetrii środkowej, gdy środek symetrii nie należy do figury lub należy do figury.
Środek symetrii figury	Uczeń: – rozpoznaje figury środkowosymetryczne i wskazuje ich środki symetrii.
<b>ZAWANSOWANE METODY ZLICZANIA I RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA</b>	
<b>Material nauczania</b>	<b>Przewidywane osiągnięcia</b>
Reguła mnożenia i dodawania Liczba zdarzeń elementarnych	Uczeń: – stosuje regułę mnożenia do zliczania par elementów o określonych własnościach, – stosuje regułę dodawania i mnożenia do zliczania par elementów w sytuacjach wymagających rozważenia kilku przypadków.
Prawdopodobieństwo zdarzeń w doświadczeniach losowych	Uczeń: – oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach, polegających na rzucie dwiema kostkami lub losowaniu dwóch elementów ze zwracaniem, – oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach, polegających na losowaniu dwóch elementów bez zwracania.

## 4. Sposoby osiągnięcia celów kształcenia i wychowania

Sposoby osiągnięcia celów kształcenia i wychowania z uwzględnieniem możliwości indywidualizacji pracy w zależności od potrzeb i możliwości uczniów oraz warunków, w jakich program będzie realizowany

Nauczyciel, realizując podstawę programową, wybiera takie metody i formy pracy, które zapewnią osiągnięcie celów kształcenia i wychowania. Jak więc zorganizować proces nauczania i jakie działania podjąć, aby pobudzić aktywność ucznia i efektywnie wpływać na jego proces uczenia się? Niewątpliwie nauczyciel powinien stosować możliwie różnorodne metody nauczania. Konieczne jest jednak ograniczenie metod podających na rzecz problemowych, kształcących kreatywność i samodzielność uczniów. Jeśli bowiem nauczyciel przekazuje wiedzę tylko w sposób werbalny, wówczas uczniowie zostają pozbawieni możliwości samodzielnego zdobywania wiadomości, porównywania faktów, szukania przyczyn. Istnieje ryzyko, że podawane im wiadomości przyjmą mechanicznie, bez przemyślenia i bez zrozumienia. W takiej sytuacji to nauczyciel pracuje za ucznia, gdyż stara się w sposób przystępny i zrozumiały przekazać określone partie materiału, aktywność ucznia może się natomiast ograniczyć do próby zapamiętania pewnych faktów.

Nauczanie problemowe kształtuje umiejętność twórczego myślenia i powoduje, że wiedza staje się bardziej operatywna, to znaczy, że znacznie łatwiej można ją zastosować w praktyce. Sprzyja temu stosowanie aktywizujących metod nauczania. Uczeń staje się badaczem, który pod kierunkiem nauczyciela odkrywa problemy, formułuje hipotezy i próbuje je uzasadnić.

Stosowanie na lekcji aktywizujących metod nauczania rozwija samodzielność i kreatywność ucznia oraz sprzyja efektywności nauczania, między innymi poprzez uatrakcyjnienie tego procesu.

W każdej ze stosowanych metod nauczania nauczyciel powinien wykorzystywać odpowiednie środki dydaktyczne. Mogą to być: modele, schematy, plansze, rysunki, gry dydaktyczne (domino, krzyżówki), prezentacje multimedialne, karty pracy, testy interaktywne oraz filmy dydaktyczne. Ich zastosowanie nie tylko skraca proces nauczania, lecz także znacznie go uatrakcyjnia oraz pozwala na indywidualizację tempa pracy, jej rytmu i poziomu wymagań. Wszystko to pozytywnie wpływa na motywację ucznia i ułatwia organizację kształcenia w systemie klasowo-lekcyjnym.

### **Zasady nauczania**

Prawidłowa realizacja celów uczenia się związana jest ze stosowaniem przez nauczyciela zasad nauczania.

**Zasada stopniowania trudności** oznacza dostosowanie treści i metod nauczania do stopnia rozwoju i możliwości intelektualnych uczniów. Realizację nowego zagadnienia należy rozpocząć od przypomnienia materiału wcześniej przez nich opanowanego, ale niezbędnego do zrozumienia nowych treści. Konieczne jest też rozpoczynanie od przykładów i zadań najprostszych, by stopniowo po ich opanowaniu przejść do zadań trudniejszych i uogólnień. Zasada stopniowania trudności zaleca też taki dobór zadań, aby ich rozwiązanie nie zniechęcało ucznia do pracy nadmierną łatwością ani nie nastęczało takich trudności, których uczeń nie jest w stanie pokonać. Uczeń powinien samodzielnie rozwiązać zadania, które wymagają od niego wysiłku, ale umożliwiają mu osiągnięcie powodzenia.

**Zasada systematyczności** polega na systematycznym zdobywaniu i utrwalaniu wiedzy. Odnosi się ona przede wszystkim do ucznia, który powtarza poznane treści i wraca do nabytych umiejętności. Uczeń systematycznie realizujący materiał nauczania oraz systematycznie oceniany przez nauczyciela jest stale gotowy do wykonywania dalszych zadań i nie stwarza problemów wychowawczych.

**Zasada pogładowości** wyraża konieczność zdobywania wiedzy poprzez bezpośrednie poznawanie omawianych treści. Korzystanie na lekcjach z pomocy dydaktycznych, m.in. takich jak gry matematyczne czy prezentacje multimedialne, wzbudza zainteresowanie przedmiotem, sprzyja rozwijaniu zmysłu obserwacji oraz ułatwia zrozumienie i przyswojenie treści matematycznych.

**Zasada świadomości i aktywności** polega na świadomym i aktywnym uczestnictwie ucznia w procesie uczenia się, czyli braniu udziału w dyskusjach, w wykonywaniu zadań, w pracy na lekcji, w realizowaniu projektów.

**Zasada trwałości** mówi o konieczności stosowania takiego przebiegu procesu dydaktycznego, który pozwoli na trwałe przyswojenie wiedzy. Tylko wielokrotne powracanie do poznanych treści czy też wielokrotne powtarzanie poznanych czynności pozwoli skutecznie coś zapamiętać. Zasada ta, jeśli jest rzetelnie stosowana, pozwala osiągać dobre wyniki w nauczaniu matematyki.

**Zasada indywidualizacji** umożliwia uczniom wybór różnych metod nabywania wiedzy. Konieczność stosowania zasady indywidualizacji wynika z faktu, że w każdej klasie znajdują się uczniowie o różnym poziomie intelektualnym i różnych zainteresowaniach. Nauczyciel powinien więc stworzyć warunki do rozwoju zainteresowań i zdolności uczniom o większych możliwościach intelektualnych, m.in. przez dobór odpowiednich zadań i problemów na lekcjach, a także przez zajęcia fakultatywne, koła matematyczne i konkursy przedmiotowe. Uczniowie mający trudności w uczeniu się matematyki powinni z kolei realizować materiał z poziomu wymagań koniecznych i podstawowych oraz uczęszczać na zajęcia dydaktyczno-wyrównawcze. Zasadę indywidualizacji można realizować przez prowadzenie lekcji na kilku poziomach nauczania, np. dzieląc uczniów na grupy, które otrzymują zadania o różnym stopniu trudności, poprzez stosowanie na lekcjach kart pracy lub gier dydaktycznych.

**Zasada zespołowości** dotyczy organizacji pracy na lekcji oraz budowania relacji społecznych między uczniami. Nauczyciel, organizując prace zespołowe, przyczynia się do wyrobienia wśród uczniów takich postaw, jak umiejętność współdziałania, wzajemna pomoc, uzupełnianie się i otwartość na inne poglądy. Uczeń podczas pracy w grupie ma możliwość włączenia się do realizacji celu poprzez dzielenie się swoimi umiejętnościami oraz zapoznania się z umiejętnościami i sposobami uczenia się innych.

## **Formy pracy**

Nauczyciel osiąga cele kształcenia i wychowania poprzez odpowiednie formy pracy, czyli organizacyjną stronę procesu nauczania i uczenia się. Forma nauczania określa więc zewnętrzne warunki tego nauczania, to znaczy rodzaj zajęć oraz warunki miejsca i czas pracy dydaktycznej.

Podstawową formą organizacyjną nauczania matematyki w szkole jest lekcja. Starannie przygotowana, prawidłowo zbudowana i należycie przeprowadzona, gwarantuje



osiągnięcie dobrych wyników przez uczniów. Przygotowanie do lekcji polega przede wszystkim na ustaleniu jej tematu i celów, określeniu treści, które mają być przez uczniów przyswajane, oraz umiejętności, które uczniowie będą nabywali. Trzeba również przewidzieć środki dydaktyczne, które będą użyte, dobrać ćwiczenia i zadania do wykonania w klasie i w domu oraz określić metody i formy pracy. Lekcje matematyki powinny być tak zbudowane i prowadzone, aby nowy materiał nauczania był wplatany w treści już opanowane, żeby wiedza ucznia rozwijała się łagodnie, bez gwałtownych skoków, oraz żeby wiadomości i umiejętności już opanowane nie uległy zapomnieniu. Uczenie się na lekcjach matematyki może przybierać różne formy.

**Praca w grupach** daje możliwość współdziałania z kolegami, dyskusowania i wykonywania pracy zespołowej. W zależności od celów lekcji, grupy mogą być jednorodne lub zróżnicowane pod względem uzdolnień i posiadanych wiadomości. Prowadzenie zajęć z zespołami jednorodnymi (każdą grupę tworzą uczniowie o zbliżonym poziomie wiedzy i podobnych kompetencjach matematycznych) pozwala nauczycielowi na zróżnicowanie zadań stawianych przed poszczególnymi grupami i taki ich dobór, aby były one jak najlepiej dopasowane do możliwości uczniów wchodzących w skład danego zespołu. Jeśli zaś każda grupa składa się z uczniów o zróżnicowanych uzdolnieniach i wiadomościach, nauczyciel powinien zróżnicować zadania stawiane przed poszczególnymi uczniami. Uczniowie zdolni, otrzymując trudniejsze problemy do rozwiązania, mogą wykazać się samodzielnością, a uczniowie słabsi, współpracując ze zdolniejszymi, uczą się od nich. Przynależność do małej grupy (liczącej 4–5 osób) wpływa na zwiększenie motywacji i zaangażowania ucznia. Podczas takiej formy pracy nauczyciel odgrywa rolę doradczą. Powinien się skupić na uczniach słabszych i średnich, gdyż oni potrzebują najwięcej pomocy. Aby w pełni wykorzystać walory dydaktyczne tej formy pracy, konieczna jest dyskusja nad jej przebiegiem i wynikami, przeprowadzona przez nauczyciela z całą klasą. Praca w grupach jest szczególnie użyteczna podczas lekcji o charakterze ćwiczeniowym lub powtórzeniowym.

**Praca samodzielna** ma na celu pogłębienie zdobytej wiedzy oraz jej wykorzystanie w samodzielnym poznawaniu nowych wiadomości. Realizacja tego celu wymaga bogatego zbioru zadań matematycznych o różnym stopniu trudności, w tym również nietypowych. Dzięki temu nauczyciel może dobrać odpowiednie zadania motywujące do pracy w zależności od poziomu, jaki reprezentuje dany uczeń. Również zeszyt ćwiczeń może spełniać podobną funkcję, chociaż zazwyczaj dostarcza on w szerszym zakresie zadań ćwiczących umiejętności konieczne, podstawowe i rozszerzające. Nauczyciel może również przygotowywać karty pracy lub stosować ćwiczenia interaktywne (o ile ma możliwość pracy z komputerami lub tablicą interaktywną). W przypadku zeszytu ćwiczeń i kart pracy, konieczne jest dokładne sprawdzenie przez nauczyciela poziomu wykonania zadań. Testy interaktywne dają mu natomiast natychmiastowy obraz umiejętności ucznia. Jeśli podczas pracy samodzielnej zadania zostaną dostosowane pod względem stopnia trudności do możliwości uczniów, każdy z nich otrzymuje szansę przeżycia sukcesu. Stanowi on czynnik konstruktywny, rozwijający ambicje i aspiracje zarówno u ucznia zdolnego, jak i u tego o niższym potencjale.

**Praca zindywidualizowana** dotyczy wybranych lub wszystkich uczniów. Może przybrać formę: ustnej odpowiedzi, referowania przed klasą, referowania przez wskazanego ucznia pracy domowej, jak również przydzielenia każdemu uczniowi określonego zadania (odpowiednio zróżnicowanego) do samodzielnego rozwiązania. Dla uczniów o niższym potencjale można stosować metody podpowiedzi polegające na:

- konkretyzacji zadania,
- rozwiązaniu zadania analogicznego,
- bezpośrednim wskazaniu sposobu rozwiązania,
- stosowaniu pytań naprowadzających.

Ponadto wskazane jest opracowanie indywidualnych zaleceń wyrównawczych, które są dostosowane do rodzaju ujawnionych braków. Należy także powtarzać słabo opanowane partie materiału. Zadania przygotowywane dla uczniów słabszych powinny być z poziomu wymagań koniecznych i podstawowych, a dopiero po osiągnięciu sukcesu w tym zakresie trzeba stworzyć możliwość spróbowania sił w rozwiązywaniu zadań z poziomu rozszerzającego i dopełniającego.

W pracy zindywidualizowanej nauczyciel powinien pamiętać również o uczniu zdolnym, który zazwyczaj ma dobrze rozwiniętą sferę poznawczą i charakteryzuje go silna motywacja do nauki. Mimo że jest twórczy, pełen ciekawości świata oraz umie samodzielnie myśleć, w szkole zazwyczaj funkcjonuje poniżej swoich możliwości. Uczeń zdolny rzadko ma szansę na uruchomienie w pełni swego potencjału intelektualnego, co w konsekwencji prowadzi do nieadekwatnego do możliwości rozwoju uzdolnień. Metody stosowane w pracy z takim uczniem powinny uwzględniać odmienną jego zainteresowań i potrzeb oraz różnice w sposobie pracy umysłowej. Nauczyciel powinien stawiać mu intelektualne wyzwania, umożliwiać rozwój talentów i zainteresowań oraz budować motywację do dalszego rozwoju.

**Praca nauczyciela z całą klasą** to najczęściej stosowana forma pracy. Jest ona prowadzona na poziomie wymagań dostosowanym do większości uczniów. Zazwyczaj w każdej klasie znajdują się uczniowie o różnym poziomie intelektualnym i rozmaitych zainteresowaniach, dlatego zazwyczaj taka forma pracy sprawia, że uczniowie zdolni się nudzą, a słabsi mają problem ze zrozumieniem zagadnień podawanych przez nauczyciela. Aby temu przeciwdziałać, nauczyciel powinien stosować wcześniej omówioną indywidualizację.

**Praca domowa** to druga – po zajęciach lekcyjnych – ważna forma pracy dydaktyczno-wychowawczej. Ma ona rozbudzać i kształtować zainteresowania uczniów, dlatego powinna być celowa i sensowna. Służy także utrwaleniu materiału poznanego na lekcji lub stanowi wprowadzenie do następnego tematu. Mogą to być polecenia polegające na rozwiązywaniu zadań tego samego typu, co omówione w klasie, ćwiczenia doskonalące sprawności rachunkowe lub sporządzanie rysunków, wykresów, siatek brył itp. Może to być także projekt edukacyjny. Należy jednak pamiętać, że obowiązkowa praca domowa nie powinna być trudniejsza niż wykonywana w klasie. Oczywiście można ją zróżnicować, dostosowując ją do możliwości uczniów, a także zadawać pracę dodatkową dla chętnych. Indywidualizacja pracy domowej pod względem stopnia trudności oraz nadawanie jej problemowego charakteru ma duży wpływ na stosunek uczniów, szczególnie najzdolniejszych, do przedmiotu. Może także zachęcić uczniów słabych do odrabiania zadań domowych. Należy również pamiętać o konieczności sprawdzania pracy domowej. Zadawanie pracy, której nauczyciel nie sprawdza, nie powinno mieć miejsca. Sprawdzanie można przeprowadzić „ilościowo” lub „jakościowo”, jednak ta druga forma jest bardziej pożądana, gdyż daje uczniowi możliwość weryfikacji wyników, które uzyskał.

## 5. Opis założonych osiągnięć ucznia

Zastosowanie przez nauczyciela wcześniej opisanych metod nauczania, form pracy i środków dydaktycznych oraz korzystanie z tego programu nauczania umożliwi uczniom zdobycie założonych osiągnięć niezbędnych na kolejnym etapie kształcenia.

## Klasy IV–VI

<b>Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym</b>	<b>klasa</b>		
Uczeń potrafi:	<b>IV</b>	<b>V</b>	<b>VI</b>
odczytywać i zapisywać liczby naturalne wielocyfrowe	x	x	
interpretować liczby naturalne na osi liczbowej	x		
porównywać liczby naturalne	x	x	
zaokrąślać liczby naturalne			x
liczby w zakresie do 3000 zapisane w systemie rzymskim przedstawiać w systemie dziesiętkowym, a zapisane w systemie dziesiętkowym przedstawiać w systemie rzymskim	x		x
<b>Działania na liczbach naturalnych</b>			
Uczeń potrafi:	<b>IV</b>	<b>V</b>	<b>VI</b>
dodawać i odejmować w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe lub większe, liczbę jednocyfrową dodawać do dowolnej liczby naturalnej i odejmować od dowolnej liczby naturalnej	x	x	x
dodawać i odejmować liczby naturalne wielocyfrowe sposobem pisemnym i za pomocą kalkulatora	x	x	x
mnożyć i dzielić liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową, dwucyfrową lub trzycyfrową pisemnie, w pamięci (w najprostszych przykładach) i za pomocą kalkulatora (w trudniejszych przykładach)	x	x	x
wykonywać dzielenie z resztą liczb naturalnych	x	x	x
stosować wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania i mnożenia oraz rozdzielność mnożenia względem dodawania	x	x	x
porównywać liczby naturalne z wykorzystaniem ich różnicy lub ilorazu	x	x	
rozpoznawać liczby naturalne podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100	x		
rozpoznawać liczbę złożoną, gdy jest ona jednocyfrowa lub dwucyfrowa, a także gdy na istnienie dzielnika właściwego wskazuje cecha podzielności	x		
rozkładać liczby dwucyfrowe na czynniki pierwsze	x		
obliczać kwadraty i sześciany liczb naturalnych	x		x
stosować reguły dotyczące kolejności wykonywania działań	x	x	x
szacować wyniki działań	x		
znajdować największy wspólny dzielnik (NWD) w sytuacjach nie trudniejszych niż typu NWD(600, 72), NWD(140, 567), NWD(10000, 48), NWD(910, 2016) oraz wyznaczać najmniejszą wspólną wielokrotność dwóch liczb naturalnych metodą rozkładu na czynniki	x		x
rozpoznawać wielokrotności danej liczby, kwadraty, sześciany, liczby pierwsze, liczby złożone	x		x
odpowiadać na pytania dotyczące liczebności zbiorów różnych rodzajów liczb wśród liczb z pewnego niewielkiego zakresu (np. od 1 do 200 czy od 100 do 1000), o ile liczba w odpowiedzi jest na tyle mała, że wszystkie rozważane liczby uczeń może wypisać			x
rozkładać liczby naturalne na czynniki pierwsze, w przypadku gdy co najwyżej jeden z tych czynników jest liczbą większą niż 10	x		x
wyznaczać wynik dzielenia z resztą liczby $a$ przez liczbę $b$ i zapisywać liczbę $a$ w postaci: $a = b \cdot q + r$	x		

<b>Liczby całkowite</b>	<b>klasa</b>		
Uczeń potrafi:	<b>IV</b>	<b>V</b>	<b>VI</b>
podawać praktyczne przykłady stosowania liczb ujemnych		x	x
interpretować liczby całkowite na osi liczbowej		x	x
obliczać wartość bezwzględną		x	
porównywać liczby całkowite		x	x
wykonywać proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych		x	x
<b>Ułamki zwykłe i dziesiętne</b>			
Uczeń potrafi:	<b>IV</b>	<b>V</b>	<b>VI</b>
opisywać część danej całości za pomocą ułamka	x		
przedstawić ułamek jako iloraz liczb naturalnych, a iloraz liczb naturalnych jako ułamek zwykły	x	x	
skracać i rozszerzać ułamki zwykłe	x	x	
sprowadzać ułamki zwykłe do wspólnego mianownika	x	x	
przedstawić ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej, a liczbę mieszaną w postaci ułamka niewłaściwego	x	x	
zapisywać wyrażenia dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego i odwrotnie	x	x	x
zaznaczać i odczytywać ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytywać ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej	x	x	x
zapisywać ułamki dziesiętne skończone w postaci ułamków zwykłych	x	x	x
zamieniać ułamki zwykłe o mianownikach będących dzielnikami liczb 10, 100, 1000 itd. na ułamki dziesiętne skończone dowolną metodą (przez rozszerzanie lub skracanie ułamków zwykłych, dzielenie licznika przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora)	x	x	x
zapisywać ułamki zwykłe o mianownikach innych niż ułamki zwykłe o mianownikach będących dzielnikami liczb 10, 100, 1000 itd. w postaci rozwinięcia dziesiętnego nieskończonego (z użyciem wielokropka po ostatniej cyfrze), dzieląc licznik przez mianownik w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora			x
zaokrąglać ułamki dziesiętne			x
porównywać ułamki (zwykłe i dziesiętne)	x	x	
obliczać liczbę, której część jest podana (wyznaczać całość, z której określono część za pomocą ułamka)		x	x
wyznaczać liczbę, która powstaje po powiększeniu lub pomniejszeniu o pewną część innej liczby		x	
<b>Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych</b>			
Uczeń potrafi:	<b>IV</b>	<b>V</b>	<b>VI</b>
dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych, a także liczby mieszane	x	x	x
dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić ułamki dziesiętne w pamięci (w przykładach najprostszyc), pisemnie i za pomocą kalkulatora (w przykładach trudnych)	x	x	x
wykonywać nieskomplikowane rachunki, w których występują jednocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne		x	x
porównywać ułamki z wykorzystaniem ich różnicy		x	
obliczać ułamek danej liczby całkowitej		x	x

obliczać kwadraty i sześciiany ułamków zwykłych i dziesiętnych oraz liczb mieszanych			x
obliczać wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, stosując reguły dotyczące kolejności wykonywania działań		x	x
wykonywać działania na ułamkach dziesiętnych, używając własnych, poprawnych strategii lub za pomocą kalkulatora		x	x
obliczać wartości wyrażeń arytmetycznych, wymagających stosowania działań arytmetycznych na liczbach całkowitych lub liczbach zapisanych za pomocą ułamków zwykłych, liczb mieszanych i ułamków dziesiętnych, także wymiernych ujemnych o stopniu trudności nie większym niż w przykładzie $-\frac{1}{2} : 0,25 + 5,25 : 0,05 - 7\frac{1}{2} \cdot \left(2,5 - 3\frac{2}{3}\right) + 1,25$ .		x	x
<b>Elementy algebry</b>			
Uczeń potrafi:	<b>klasa</b>		
	<b>IV</b>	<b>V</b>	<b>VI</b>
korzystać z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, opisywać wzór słowami	x	x	x
stosować oznaczenia literowe nieznanymi wielkościami liczbowymi i zapisywać proste wyrażenie algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym			x
rozwiązywać równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą występującą po jednej stronie równania (poprzez zgadywanie, dopełnianie lub wykonanie działania odwrotnego)			x
<b>Proste i odcinki</b>			
Uczeń potrafi:	<b>klasa</b>		
	<b>IV</b>	<b>V</b>	<b>VI</b>
rozpoznawać i nazywać figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek	x		
rozpoznawać odcinki i proste prostopadłe i równoległe	x	x	
rysować pary odcinków prostopadłych i równoległych	x	x	
mierzyć długość odcinka z dokładnością do 1 milimetra	x		
znaleźć odległość punktu od prostej		x	x
<b>Kąty</b>			
Uczeń potrafi:	<b>klasa</b>		
	<b>IV</b>	<b>V</b>	<b>VI</b>
wskazywać w dowolnych kątach ramiona i wierzchołek	x		
mierzyć z dokładnością do 1° kąty mniejsze od 180°	x	x	x
rysować kąty mniejsze od 180°	x	x	x
rozpoznawać kąt prosty, ostry i rozwarty	x		x
porównywać kąty	x	x	x
rozpoznawać kąty wierzchołkowe i kąty przyległe oraz korzystać z ich własności		x	x
<b>Wielokąty, koła, okręgi</b>			
Uczeń potrafi:	<b>klasa</b>		
	<b>IV</b>	<b>V</b>	<b>VI</b>
rozpoznawać i nazywać trójkąty ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne, równoboczne i równoramienne		x	x
konstruować trójkąt o danych trzech bokach i ustalać możliwość zbudowania trójkąta na podstawie nierówności trójkąta		x	x

stosować twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta		x	x
rozpoznawać i nazywać: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok i trapez	x	x	x
wymienić najważniejsze własności kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku i trapezu, rozpoznawać figury osiowoosymetryczne i wskazywać osie symetrii figur	x	x	x
wskazywać na rysunku cięciwę, średnicę oraz promień koła i okręgu	x		
rysować cięciwę koła i okręgu, a także, jeżeli dany jest środek okręgu, promień i średnicę	x		
w trójkącie równoramiennym wyznaczać przy danym jednym kącie miary pozostałych kątów oraz przy danych obwodzie i długości jednego boku długości pozostałych boków		x	x
<b>Bryły</b>			
<b>Uczeń potrafi:</b>	<b>IV</b>	<b>V</b>	<b>VI</b>
rozpoznawać graniastosłupy proste, ostrosłupy, walce, stożki i kule w sytuacjach praktycznych i wskazywać te bryły wśród innych modeli brył	x		x
wskazywać wśród graniastosłupów prostopadłościanny i sześcianny i uzasadniać swój wybór		x	x
rozpoznawać siatki graniastosłupów prostych i ostrosłupów		x	x
rysować siatki prostopadłościannów	x		x
wykorzystywać podane zależności między długościami krawędzi graniastosłupa do wyznaczania długości poszczególnych krawędzi	x	x	x
<b>Obliczenia w geometrii</b>			
<b>Uczeń potrafi:</b>	<b>IV</b>	<b>V</b>	<b>VI</b>
obliczać obwód wielokąta o danych długościach boków	x	x	x
obliczać pola: trójkąta, kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, w tym także dla danych wymagających zamiany jednostek i w sytuacjach z nietypowymi wymiarami	x	x	x
stosować jednostki pola: mm <sup>2</sup> , cm <sup>2</sup> , dm <sup>2</sup> , m <sup>2</sup> , km <sup>2</sup> , ar, hektar (bez zamiany jednostek w trakcie obliczeń)	x	x	x
obliczać pola wielokątów metodą podziału na mniejsze wielokąty lub uzupełniania do większych wielokątów		x	x
obliczać objętość i pole powierzchni prostopadłościannu przy danych długościach krawędzi	x	x	x
stosować jednostki objętości i pojemności: mililitr, litr, cm <sup>3</sup> , dm <sup>3</sup> , m <sup>3</sup>		x	x
obliczać miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów		x	x
<b>Obliczenia praktyczne</b>			
<b>Uczeń potrafi:</b>	<b>IV</b>	<b>V</b>	<b>VI</b>
interpretować 100% danej wielkości jako całość, 50% – jako połowę, 25% – jako jedną czwartą, 10% – jako jedną dziesiątą, a 1% – jako jedną setną część danej wielkości liczbowej			x
w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym obliczać procent danej wielkości w stopniu trudności typu 50%, 10%, 20%			x
wykonywać proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach	x		x
	x		x

wykonywać proste obliczenia kalendarzowe na dniach, tygodniach, miesiącach, latach			
odczytywać temperaturę (dodatnią i ujemną)		x	
zamieniać i prawidłowo stosować jednostki długości: milimetr, centymetr, decymetr, metr, kilometr	x		x
zamieniać i prawidłowo stosować jednostki masy: gram, dekagram, kilogram, tona	x		x
obliczać rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali, oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość	x		x
w sytuacji praktycznej obliczać: drogę przy danej prędkości i danym czasie, prędkość przy danej drodze i danym czasie, czas przy danej drodze i danej prędkości; stosować jednostki prędkości: km/h, m/s			x
<b>Elementy statystyki opisowej</b>			
	<b>klasa</b>		
Uczeń potrafi:	<b>IV</b>	<b>V</b>	<b>VI</b>
gromadzić i porządkować dane			x
odczytywać i interpretować dane przedstawione w tekstach, tabelach, diagramach i na wykresach			x
<b>Zadania tekstowe</b>			
	<b>klasa</b>		
Uczeń potrafi:	<b>IV</b>	<b>V</b>	<b>VI</b>
czytać ze zrozumieniem prosty tekst zawierający informacje liczbowe	x	x	x
wykonywać wstępne czynności ułatwiające rozwiązanie zadania, w tym rysunek pomocniczy lub wygodne dla siebie zapisanie informacji i danych z treści zadania	x	x	x
dostrzegać zależności między podanymi informacjami	x	x	x
dzielić rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla niego strategie rozwiązania	x	x	x
do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosować poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody	x	x	x
weryfikować wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania	x	x	x
układać zadania i łamigłówki, rozwiązywać je; stawiać nowe pytania związane z sytuacją w rozwiązującym zadaniu		x	x

## Klasy VII–VIII

<b>Potęgi o podstawach wymiernych</b>	<b>klasa</b>	
Uczeń potrafi:	<b>VII</b>	<b>VIII</b>
zapisywać iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim	x	x
mnożyć i dzielić potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich	x	x
mnożyć potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach	x	x
podnosić potęgę do potęgi	x	x
odczytywać i zapisywać liczby w notacji wykładniczej $a \cdot 10^k$ , gdy $1 \leq a < 10$ , $k$ jest liczbą całkowitą	x	x
<b>Pierwiastki</b>		
	<b>klasa</b>	



Uczeń potrafi:	<b>VII</b>	<b>VIII</b>
obliczać wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześciانami liczb wymiernych	x	x
szacować wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki	x	x
porównywać wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną oraz znajdować liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości	x	x
obliczać pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, wyłączać liczbę przed znak pierwiastka i włączać liczbę pod znak pierwiastka	x	x
mnożyć i dzielić pierwiastki tego samego stopnia	x	x
<b>Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi</b>		
	<b>klasa</b>	
Uczeń potrafi:	<b>VII</b>	<b>VIII</b>
zapisywać wyniki podanych działań w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych	x	x
obliczać wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych	x	x
zapisywać zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych	x	x
zapisywać rozwiązania zadań w postaci wyrażeń algebraicznych	x	x
<b>Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich</b>		
	<b>klasa</b>	
Uczeń potrafi:	<b>VII</b>	<b>VIII</b>
porządkować jednomiany i dodawać jednomiany podobne (tzn. różniące się jedynie współczynnikiem liczbowym)	x	x
dodawać i odejmować sumy algebraiczne, dokonując przy tym redukcji wyrazów podobnych	x	x
mnożyć sumy algebraiczne przez jednomian i dodawać wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany	x	x
mnożyć dwumian przez dwumian, dokonując redukcji wyrazów podobnych	x	x
<b>Obliczenia procentowe</b>		
	<b>klasa</b>	
Uczeń potrafi:	<b>VII</b>	<b>VIII</b>
przedstawiać część wielkości jako procent tej wielkości	x	x
obliczać liczbę $a$ równą $p$ procent danej liczby $b$	x	x
obliczać, jaki procent danej liczby $b$ stanowi liczba $a$	x	x
obliczać liczbę $b$ , której $p$ procent jest równe $a$	x	x
stosować obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości	x	x
<b>Równania z jedną niewiadomą</b>		
	<b>klasa</b>	
Uczeń potrafi:	<b>VII</b>	<b>VIII</b>
sprawdzać, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (stopnia pierwszego, drugiego lub trzeciego) z jedną niewiadomą	x	x
rozwiązywać równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych	x	x

rozwiązywać równania, które po prostych przekształceniach wyrażeń algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą	x	x
rozwiązywać zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi	x	x
przekształcać proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu)	x	x
<b>Proporcjonalność prosta</b>		
Uczeń potrafi:	<b>VII</b>	<b>VIII</b>
podać przykłady wielkości wprost proporcjonalnych	x	
wyznaczać wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, na przykład wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru, ilość zużytego paliwa w zależności od liczby przejechanych kilometrów, liczby przeczytanych stron książki w zależności od czasu jej czytania	x	
stosować podział proporcjonalny	x	
<b>Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie</b>		
Uczeń potrafi:	<b>VII</b>	<b>VIII</b>
stosować twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem zależności między kątami przyległymi)	x	
przedstawiać na płaszczyźnie dwie proste w różnych położeniach względem siebie, w szczególności proste prostopadłe i proste równoległe	x	
korzystać z własności prostych równoległych, w szczególności stosować równość kątów odpowiadających i naprzemianległych	x	
stosować cechy przystawiania trójkątów	x	
stosować własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie)	x	
stosować nierówność trójkąta i wiedzieć, kiedy zachodzi równość	x	
wykonywać proste obliczenia geometryczne, wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych	x	
stosować w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego);		x
przeprowadzać dowody geometryczne	x	
<b>Wielokąty</b>		
Uczeń potrafi:	<b>VII</b>	<b>VIII</b>
stosować pojęcie wielokąta foremnego		x
stosować wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków		x
<b>Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie</b>		
Uczeń potrafi:	<b>VII</b>	<b>VIII</b>
zaznaczać na osi liczbowej zbiory liczb spełniających warunek taki jak $x \geq 1,5$ lub taki jak $x < -\frac{4}{7}$	x	

znajdować współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie		x
rysować w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty kratowe o danych współrzędnych całkowitych (dowolnego znaku)		x
znajdować środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajdować współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek		x
obliczać długość odcinka, którego końce są danymi punktami kratowymi w układzie współrzędnych		x
dla danych punktów kratowych $A$ i $B$ znajdować inne punkty kratowe należące do prostej $AB$		x
<b>Geometria przestrzenna</b>		
	<b>klasa</b>	
Uczeń potrafi:	<b>VII</b>	<b>VIII</b>
rozpoznawać graniastosłupy i ostrosłupy – w tym proste i prawidłowe		x
obliczać objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe		x
obliczać objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe		x
<b>Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa</b>		
	<b>klasa</b>	
Uczeń potrafi:	<b>VII</b>	<b>VIII</b>
wyznaczać zbiory obiektów, analizować i obliczać, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania		x
przeprowadzać proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościenną lub losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizować je i obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych		x
<b>Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej</b>		
	<b>klasa</b>	
Uczeń potrafi:	<b>VII</b>	<b>VIII</b>
interpretować dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych	x	
tworzyć diagramy słupkowe i kołowe oraz wykresy liniowe na podstawie zebranych przez siebie danych lub danych pochodzących z różnych źródeł	x	
obliczać średnią arytmetyczną kilku liczb	x	
<b>Długość okręgu i pole koła</b>		
	<b>klasa</b>	
Uczeń potrafi:	<b>VII</b>	<b>VIII</b>
obliczać długość okręgu o danym promieniu lub danej średnicy		x
obliczać promień lub średnicę okręgu o danej długości okręgu		x
obliczać pole koła o danym promieniu lub danej średnicy		x
obliczać promień lub średnicę koła o danym polu koła		x
obliczać pole pierścienia kołowego o danych promieniach lub średnicach obu okręgów tworzących pierścień		x

<b>Symetrie</b>	<b>klasa</b>	
Uczeń potrafi:	<b>VII</b>	<b>VIII</b>
rozpoznawać symetralną odcinka i dwusieczną kąta		<b>x</b>
stosować w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta		<b>x</b>
rozpoznawać figury osiowosymetryczne i wskazywać ich osie symetrii oraz uzupełniać figurę do figury osiowosymetrycznej przy danych: osi symetrii figury i części figury		<b>x</b>
rozpoznawać figury środkowosymetryczne i wskazywać ich środki symetrii		<b>x</b>
<b>Zaawansowane metody zliczania</b>		
Uczeń potrafi:	<b>VII</b>	<b>VIII</b>
stosować regułę mnożenia do zliczania par elementów o określonych własnościach		<b>x</b>
stosować regułę dodawania i mnożenia do zliczania par elementów w sytuacjach wymagających rozważenia kilku przypadków		<b>x</b>
<b>Rachunek prawdopodobieństwa</b>		
Uczeń potrafi:	<b>VII</b>	<b>VIII</b>
obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach polegających na rzucie dwiema kostkami lub losowaniu dwóch elementów ze zwracaniem		<b>x</b>
obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach polegających na losowaniu dwóch elementów bez zwracania		<b>x</b>

## 6. Propozycje kryteriów oceny i metod sprawdzania osiągnięć ucznia

W trakcie procesu nauczania nauczyciel ocenia umiejętności ucznia i jego kompetencje matematyczne. Ocenianie jest ważnym narzędziem wspierającym proces kształcenia. Spełnia kilka funkcji.

**Funkcja wychowawcza** polega na motywowaniu ucznia do dalszej nauki. Rolę taką odgrywa zarówno uzyskany przez niego wynik pozytywny, jak i negatywny. Uczeń przeciętny czy słaby także pragnie wykazać się wiedzą i zyskać aprobatę nauczyciela, dlatego wynik negatywny powinien być właściwie zastosowany, tzn. uzasadniony i zaakceptowany przez ucznia. Oczywiście trzeba pamiętać, że motywacja zewnętrzna, czyli sterowana oceną, nie daje takich rezultatów, jak motywacja wewnętrzna ucznia (chęć pomnażania swojej wiedzy i umiejętności).

**Funkcja dydaktyczna** wiąże się z całościowym ujęciem zagadnień omawianych na zajęciach. Przeprowadzając kontrolę, zmuszamy ucznia do porządkowania posiadanej przez niego wiedzy i tworzenia pewnej jej struktury. Uczeń, biorąc udział w sprawdzaniu swoich wiadomości, zmuszony jest do poszukiwań analogii oraz związków przyczynowo-skutkowych. Przeprowadzona kontrola pomaga mu dostrzec własne braki. Ma to miejsce, gdy otrzyma on poprawioną pracę z uwagami nauczyciela.

**Funkcja diagnozująca** pozwala ustalić stopień opanowania przez ucznia poszczególnych umiejętności i poznać przyczyny występowania trudności. Nauczyciel musi rozpoznać braki ucznia, przewidzieć i ustalić, jakie elementy wiedzy należy powtórzyć, jakie odrzucić, a jakie rozszerzyć.

**Funkcja informująca** (klasyfikująca) przedstawia poziom opanowania wiedzy oraz informuje o osiągnięciach nie tylko ucznia, lecz także rodziców lub opiekunów, którzy współdziałają ze szkołą w nauczaniu dziecka. Powinna to być informacja szczegółowa, a nie tylko jednoskładnikowa, jaką jest ocena cyfrowa. Rodzic ma prawo znać poziom osiągnięć edukacyjnych swojego dziecka oraz wiedzieć, jakie zagadnienia sprawiają mu trudności, a także czego dotyczy dana ocena.

**Funkcja metodyczna** informuje o efektywności procesu nauczania. Dzięki niej nauczyciel może ocenić trafność stosowanych metod i ewentualnie zastanowić się nad doborem takich, które podniosą skuteczność nauczania.

**Selektywna funkcja oceny szkolnej** pozwala odróżnić uczniów dobrze przygotowanych do dalszej nauki od tych, którzy danej umiejętności jeszcze nie posiadli.

Jak zatem oceniać ucznia, aby uwzględnić wszystkie funkcje oceny szkolnej i jednocześnie mieć poczucie, że ocena jest sprawiedliwa? Najpełniej te założenia spełnia **ocenianie holistyczne**, czyli ocenianie oparte na pełnej informacji o uczniu i jego osiągnięciach, uwzględniające indywidualne cechy ucznia i przebieg jego nauki. Nauczyciel powinien oceniać prace pisemne, wypowiedzi ustne, ale także inne formy aktywności ucznia (praca na lekcji, udział w konkursach matematycznych oraz w zajęciach koła matematycznego czy w zajęciach dydaktyczno-wyrównawczych).

Obecnie w niektórych szkołach stosuje się **ocenianie kształtujące**, nazywane także „ocenianiem pomagającym się uczyć”. Ten sposób oceniania jest w wielu krajach uważany

za jeden z najbardziej obiecujących kierunków reformowania oświaty. W ocenianiu kształtującym nauczyciel stosuje następujące zasady:

- określa cele lekcji i formułuje je w języku zrozumiałym dla ucznia,
- ustala wraz z uczniami kryteria oceniania,
- rozróżnia funkcje oceny sumującej i kształtującej,
- buduje atmosferę uczenia się, pracując z uczniami i rodzicami,
- formułuje pytania kluczowe oraz zadaje pytania angażujące ucznia w lekcję,
- stosuje efektywną informację zwrotną,
- wprowadza samoocenę i ocenę koleżeńską.

W szkole funkcjonuje wielostopniowa skala ocen, dlatego konieczne jest ustalenie niezbędnych osiągnięć ucznia, czyli określenie treści nauczania, które powinny być opanowane na poszczególne stopnie szkolne. Nauczyciel, formułując wymagania na poszczególne stopnie, powinien uwzględnić następujące kryteria:

- **kryterium przystępności**, rozumiane jako łatwość opanowania danego elementu treści;
- **kryterium wartości kształcącej**, polegające na możliwości przeniesienia wewnętrznej struktury treści, w tym np. na tworzeniu analogii czy uogólnień;
- **kryterium niezawodności**, rozumiane jako pewność naukowa, tzn. treść trwale przydatna, która nie straci na użyteczności, nie zdezaktualizuje się i będzie podstawą do dalszego kształcenia;
- **kryterium niezbędności wewnątrzprzedmiotowej**, wynikające z tego, że pewne wiadomości i umiejętności stanowią podstawę uczenia się danego zakresu treści;
- **kryterium niezbędności międzyprzedmiotowej**, wynikające z powiązań elementu treści z treściami nauczania innych przedmiotów oraz kolejnych etapów nauczania tego samego przedmiotu;
- **kryterium użyteczności**, rozumiane jako wykorzystanie treści w obecnej i przyszłej pracy oraz w życiu codziennym.

Wyróżnia się wymagania:

- konieczne (K) na ocenę dopuszczającą,
- podstawowe (P) na ocenę dostateczną,
- rozszerzające (R) na ocenę dobrą,
- dopełniające (D) na ocenę bardzo dobrą,
- wykraczające (W) na ocenę celującą.

**Wymagania konieczne (ocena dopuszczająca)** obejmują zazwyczaj umiejętności najbardziej elementarne, dzięki którym uczeń może świadomie korzystać z lekcji. Wymagania konieczne zawierają umiejętności podstawowe, ale ich nie wyczerpują.

**Wymagania podstawowe (ocena dostateczna)** obejmują treści przystępne, najprostsze i najbardziej uniwersalne, pewne naukowo i niezawodne. Wiadomości i umiejętności te są niezbędne na danym etapie kształcenia oraz na wyższych etapach oraz bezpośrednio użyteczne w pozaszkolnej działalności ucznia. Aby uzyskać ocenę dostateczną, uczeń powinien opanować wiadomości konieczne i podstawowe.

**Wymagania rozszerzające (ocena dobra)** zawierają treści umiarkowanie przystępne, mniej typowe i bardziej złożone. Wiadomości te są przydatne, ale nie niezbędne na danym etapie kształcenia ani wyższych etapach. Ponadto są one pośrednio

użyteczne w pozaszkolnej działalności ucznia. Aby uzyskać ocenę dobrą, uczeń powinien opanować wiadomości konieczne, podstawowe i rozszerzające.

**Wymagania dopełniające (ocena bardzo dobra)** to treści trudne do opanowania, złożone, twórcze naukowo i unikatowe. Są one wyspecjalizowane ponad potrzeby głównego kierunku nauki szkolnej i odległe od bezpośredniej użyteczności w życiu pozaszkolnym. Aby uzyskać ocenę bardzo dobrą, uczeń powinien opanować wiadomości konieczne, podstawowe, rozszerzające i dopełniające.

**Wymagania wykraczające (ocena celująca)** zawierają treści trudne, złożone oraz twórcze naukowo. Wymagają one od ucznia aktywnej postawy oraz łączenia elementów wiedzy z różnych dziedzin. Uczeń samodzielnie rozwija swoje uzdolnienia, biegłe posługuje się zdobytymi wiadomościami w rozwiązywaniu problemów teoretycznych lub praktycznych, proponuje rozwiązania nietypowe lub osiąga sukcesy w konkursach i olimpiadach przedmiotowych. Aby uzyskać ocenę celującą, uczeń powinien opanować wiadomości ze wszystkich poziomów.

Wymagania na poszczególne stopnie szkolne mogą być zestawione w postaci tabeli lub wykazu. O hierarchiczności układu mówimy wówczas, gdy co najmniej 90% uczniów może być ocenionych według ustalonych wymagań. Hierarchia wymagań jest zakłócona wówczas, gdy uczeń spełnia wymagania wyższe, jednocześnie nie spełniając niższych.

Ustalenie i konsekwentne stosowanie racjonalnych wymagań programowych pozytywnie wpływa na jakość oceniania wewnątrzszkolnego.

To, jaki sposób oceniania przyjmie nauczyciel, zależy od obowiązującego w szkole wewnątrzszkolnego systemu oceniania oraz przedmiotowych systemów oceniania. Dla obu tych dokumentów istotne jest ustalenie jasnych, czytelnych reguł, które są znane uczniom i rodzicom oraz są konsekwentnie przestrzegane zarówno przez uczniów, jak i nauczycieli. Stosowane kryteria oceniania powinny być zrozumiałe zwłaszcza dla uczniów klas czwartych, którzy do tej pory w nauczaniu zintegrowanym spotykali się z oceną opisową.

W ocenianiu tradycyjnym stosowane są oceny od 1 do 6, a wystawione oceny częściowe są podstawą do wystawienia oceny śródrocznej i rocznej. Nauczyciel powinien dążyć do oceniania całościowego, opartego na wielu źródłach informacji.

Zazwyczaj ocena jest ustalana na podstawie ocen częściowych z:

- prac klasowych,
- testów,
- odpowiedzi ustnych,
- kartkówek,
- prac domowych,
- aktywności na lekcji,
- pracy w grupie.

Istotną sprawą jest liczba prac samodzielnych w semestrze, procentowy przedział punktów na poszczególne oceny oraz możliwość poprawienia oceny w sytuacji, gdy uczeń z różnych przyczyn nie będzie usatysfakcjonowany tą otrzymaną.

Proponujemy przeprowadzić godzinne prace klasowe po zakończeniu każdego rozdziału oraz krótkie, 15–20-minutowe kartkówki obejmujące aktualnie realizowany materiał, pozwalające sprawdzić systematyczność pracy ucznia. Każdy sprawdzian powinien uwzględniać opanowanie treści na wszystkich poziomach wymagań

(koniecznych, podstawowych, rozszerzających, dopełniających oraz wykraczających poza program nauczania matematyki w danej klasie). Obok zadań standardowych powinno znaleźć się jedno, którego rozwiązanie wymaga minimum wiedzy i umiejętności, a także jedno nietypowe, wymagające szczególnych uzdolnień. Tak skonstruowany sprawdzian umożliwi każdemu uczniowi osiągnąć satysfakcjonującą go ocenę. Ponadto wskazane jest, aby zadania występujące w sprawdzianach na ocenę niższą niż bardzo dobra znalazły swoje odbicie w procesie lekcyjnym. Ważne jest również, aby uczeń znał stosowany system punktacji oraz miał możliwość wyjaśnienia wątpliwości dotyczących oceny.

Punkty uzyskane z prac klasowych i sprawdzianów mogą być przeliczane na stopnie według następującej skali:

100% – 98% – celujący,  
97% – 92% – bardzo dobry,  
91% – 76% – dobry,  
75% – 51% – dostateczny,  
50% – 31% – dopuszczający,  
30% – 0% – niedostateczny.

Uczniom klas IV–VIII nauczyciel nie przedstawia przeliczników procentowych, tylko zakres wymaganych punktów na poszczególne oceny szkolne oraz punktację za poszczególne zadania. Część sprawdzianów, które piszą uczniowie, powinna mieć charakter testów (m.in. dlatego, aby przyzwyczaić uczniów do tej formy, z którą spotkają się na sprawdzianie). Zaleca się, aby testy były dostępne w kilku wersjach, tak aby zapewnić samodzielność pracy ucznia. Można też przyznawać punkty nie tylko za odpowiedź, ale i za rozwiązanie zadania.

Systematycznej ocenie powinny podlegać odpowiedzi ustne uczniów. Ta forma aktywności daje im możliwość opisywania stosowanych algorytmów, prezentowania sposobu rozumowania oraz przedstawiania własnych wniosków. Nauczyciel musi jednak od razu poprawiać wadliwie sformułowane odpowiedzi, ucząc uczniów jasnego i precyzyjnego wypowiedzania się. Ponadto przy odpowiedzi ustnej nauczyciel ma możliwość dobrania stopnia trudności zadania lub pytania adekwatnie do możliwości intelektualnych konkretnego ucznia.

Uczniowie pracujący metodami aktywizującymi w większości przypadków są dzieleni na grupy, a to oznacza konieczność oceny pracy poszczególnych zespołów. Ta forma pracy ma duże walory kształcące i wychowawcze. To dzięki niej uczniowie doskonalą swoje umiejętności komunikowania się i współpracy oraz uczą przestrzegania przyjętych zasad. Praca w grupach ułatwia aktywizację uczniów, umożliwia im wzajemne uczenie się od siebie, a nauczycielowi pozwala lepiej poznać daną klasę. Szczególne korzyści z pracy w zespole mają uczniowie słabsi, gdyż zwiększa to ich zainteresowanie lekcją i pomaga osiągnąć lepsze wyniki w nauce. Dzięki czynnemu udziałowi w pracach i osiągnięciach grupy nabierają wiary we własne siły i chętnie uzupełniają własne wiadomości. Zasady oceny prac w zespołach powinny być znane przed przystąpieniem do pracy, gdyż mogą dodatkowo zmotywować uczniów.

Wykonanie przez uczniów każdej pracy projektowej powinno być ocenione na podobnych zasadach. Nauczyciel, określając wymagania, wyznacza również standardy, do osiągnięcia których uczniowie powinni dążyć. Zadania projektowe wykonywane przez uczniów zazwyczaj są złożone i mają zróżnicowany stopień trudności, dlatego nauczyciel powinien nadzorować przebieg postępów uczniów i sprawdzać stopień wykonania przez nich zadań cząstkowych. Ocenie powinna podlegać zarówno strona merytoryczna projektu, jak również jego wykonanie i prezentacja. Ocena końcowa wynikająca z ocen cząstkowych pozwoli bardziej obiektywnie ocenić uczniów niż wystawienie tylko jednej oceny po zakończeniu projektu.



## Ocenianie uczniów z dysfunkcjami

W każdej klasie znajdują się uczniowie ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, czyli tacy, u których niepowodzenia w nauce wynikają z zaburzeń rozwojowych (dysfunkcji). W zależności od rodzaju dysfunkcji, nauczyciel powinien odpowiednio dostosować wymagania edukacyjne. Jednocześnie musi pamiętać, że wiąże się to ze stosowaniem takich metod nauczania i form pracy, aby umożliwić tym uczniom osiągnięcie sukcesu na kolejnych etapach kształcenia.

Wśród uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi są uczniowie z zaburzeniami dyslektycznymi, do których należą:

- dysleksja, czyli problemy z czytaniem i pisanem,
- dysgrafia, czyli pisanie nieczytelnie i nieestetycznie,
- dysortografia, czyli popełnianie wielu błędów,
- dyskalkulia, czyli kłopoty z opanowaniem matematyki.

Wskazane jest, aby dla każdego ucznia z dysleksją nauczyciel opracował indywidualny program pracy, wskazujący partie materiału, które uczeń musi opanować w pierwszej kolejności. Wybierając metody nauczania, powinien stosować te, które angażują jak najwięcej zmysłów, a lekcje urozmaicać wieloma pomocami dydaktycznymi. Dyslektycy mają kłopoty z orientacją przestrzenną, mylą pojęcia długości, szerokości i wysokości, a konstruowanie figur geometrycznych sprawia im trudność. Nauczyciel powinien więc uwzględnić mogące pojawić się u tych uczniów trudności w nauce geometrii. Dyslektycy mają również trudności w opanowaniu tabliczki mnożenia i zapamiętywaniu wzorów. Nie umieją szybko czytać i – co najważniejsze – nie rozumieją czytanego tekstu. W konsekwencji uczniowie ci nie potrafią zrozumieć zawitych instrukcji i poleceń, a rozwiązywanie zadań tekstowych jest dla nich trudne. Należy również pamiętać, że uczniowie mogą popełniać błędy przy przepisywaniu tekstu lub rozwiązanych zadań z tablicy. Nauczyciel, pamiętając o tego rodzaju ograniczeniach ucznia, powinien odpowiednio przygotowywać prace klasowe i kartkówki. Aby uniknąć niepotrzebnych pomyłek przy przepisywaniu zadań oraz mylenia cyfr i symboli, wszelkie sprawdziany powinny mieć formę testów, przy czym na rozwiązanie zadania należy zostawić wolne miejsce pod jego treścią. Oceniając pracę dyslektyka, nauczyciel nie powinien obniżać oceny za niestaranne pismo czy popełnione błędy, lecz przede wszystkim ocenić ją pod względem merytorycznym. Dyslektyk może poprawnie przeprowadzić rozumowanie, lecz ostateczny wynik zadania będzie błędny, ponieważ wynika z pomyłek rachunkowych. Może również podać poprawny wynik zadania, choć strategia dojścia do niego jest niezbyt jasna, gdyż dyslektycy często dochodzą do rozwiązania w zawity sposób. W trakcie rozwiązywania przez dyslektyków zadań na tablicy nauczyciel powinien okazywać im dużo cierpliwości. Jeśli uczeń wykonuje operacje złożone, wymagające wielokrotnych przekształceń, trzeba pozwolić mu na ustne skomentowanie wykonywanych działań.

Wśród uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi są uczniowie niedosłyszący, niedowidzący oraz uczniowie z niepełnosprawnością ruchową. Każdy rodzaj niepełnosprawności wymaga odpowiedniego dostosowania wymagań edukacyjnych.

W przypadku uczniów z uszkodzonym słuchem należy zwrócić szczególną uwagę na kształtowanie pojęć matematycznych i umiejętności operowania nimi. Nauczyciel powinien systematycznie sprawdzać stopień rozumienia treści poleceń przez ucznia i kierować jego aktywnością.

Dla uczniów niedowidzących nauczyciel powinien dostosować materiał graficzny i jego prezentację do możliwości wzrokowych każdego dziecka. Uczeń niedowidzący ma zaburzoną orientację przestrzenną i wyobraźnię przestrzenną, a także brak trwałej pamięci wzrokowej, stąd jego trudności w nauce geometrii. Nauczyciel powinien to uwzględnić i

odpowiednio dostosować metody pracy. Musi także częściej stosować ustne formy odpowiedzi, a przy pracach pisemnych zadbać o to, aby wszelkie sprawdziany, testy, karty pracy dla tego ucznia były napisane czcionką w odpowiednim rozmiarze, a czas pracy został wydłużony.

U uczniów z niepełnosprawnością ruchową mogą się pojawić problemy z wykonywaniem działań sposobem pisemnym oraz z rysowaniem, mierzeniem i posługiwaniem się przyrządami geometrycznymi. Wielu z nich może również mieć kłopoty z zastosowaniem w praktyce wiedzy matematycznej z powodu uboższego zasobu własnych doświadczeń. Nauczyciel powinien dostosować sposób oceniania do indywidualnej niepełnosprawności każdego ucznia. Na przykład oceniając ucznia z ruchami mimowolnymi, nie powinien obniżać oceny ze względu na niestaranność zapisu czy rysunku.

Wśród niepełnosprawnych uczniów dużą grupę stanowią dzieci z upośledzeniem umysłowym w stopniu lekkim. Myślenie uczniów z tą niepełnosprawnością ma charakter konkretno-obrazowy, dlatego podczas realizacji treści nauczania nauczyciel powinien stosować zasadę pogładowości, przedstawiać zagadnienia na konkretnych przykładach oraz wyznaczać i osiągać indywidualne cele zgodne z możliwościami ucznia. Niezwykle istotne jest również motywowanie go do pracy i systematyczne ocenianie efektów nauczania. Każdy uczeń powinien mieć szansę osiągnięcia sukcesu oraz budowania w sobie wiary we własne możliwości. Oceniając go, nauczyciel powinien docenić jego wkład pracy, systematyczność i obowiązkowość oraz wziąć pod uwagę poczynione w określonym czasie postępy. Wskazane jest również, aby kontrolowanie postępów edukacyjnych przybierało zróżnicowane formy, w tym zabawowe (np. w postaci konkursów czy gier dydaktycznych). Należy również pamiętać, że uczeń osiągnie dużo lepsze wyniki nauczania, gdy ma przekonanie, że opanowana wiedza i umiejętności będą przydatne w jego dalszej nauce i życiu.

Uczniem o specjalnych potrzebach edukacyjnych jest również uczeń zdolny. Takie dziecko szybko się nudzi, wykonując te same, rutynowe czynności, jakimi są szkolne zadania, dlatego bardzo ważna jest indywidualizacja wymagań. Wspieraniu rozwoju dziecka zdolnego mogą służyć: indywidualny program i tok nauki, zajęcia pozalekcyjne, w tym koła zainteresowań, oraz konkursy, turnieje i olimpiady przedmiotowe. Indywidualizując pracę z uczniem zdolnym, nauczyciel powinien wzbogacać materiał o nowe elementy w taki sposób, by stawiał on opór intelektualny, ale możliwy do pokonania przez ucznia i aby pokonanie tego oporu sprawiło mu satysfakcję. Stawiając przed uczniem wyzwania intelektualne, nauczyciel powinien również doceniać jego sukcesy poprzez indywidualną ocenę.

### **Bibliografia**

- W. Okoń, *Nowy Słownik pedagogiczny*, Wydawnictwo Akademickie Żak, Warszawa 1998.  
H. Siwek, *Dydaktyka matematyki*, WSiP, Warszawa 2005.  
D. Sołtys, M.K. Szmigiel, *Doskonalenie kompetencji nauczycieli w zakresie diagnozy edukacyjnej*, Wydawnictwo „Zamiast Korepetycji”, Kraków 1999.  
*Jak organizować edukację uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi? Przewodnik*, MEN, Warszawa 2010.