

Nowe liceum i technikum

REFORMA 2019

Przedmiot:	MATEMATYKA
Zakres:	PODSTAWOWY I ROZSZERZONY
Czy był w dotychczasowej podstawie programowej:	TAK

Zasadnicza zmiana w stosunku do podstawy programowej z 2012 roku

- **Cztery lata nauki zamiast trzech, zmieniona liczba godzin.**
- **Zmienione cele ogólne** (poniżej szczegóły).
- Wiele zagadnień **opisano dokładniej i precyzyjniej**, co jest dużym plusem.
- **Wymagania szczegółowe** zostały **podzielone na większą liczbę działów** (13).
- **W zakresie podstawowym pojawiło się sporo tematów zupełnie nowych lub przeniesionych z zakresu rozszerzonego**, m.in.: dowody, równania i nierówności **z wartością bezwzględną**, wzory skróconego mnożenia **3. stopnia**, metoda grupowania przy wielomianach, dzielenie wielomianów, układy równań z równaniem kwadratowym, zastosowania praktyczne przy niektórych tematach, funkcja logarytmiczna, ciągi określone rekurencyjnie, twierdzenie sinusów i cosinusów, twierdzenie Talesa, równanie prostej w postaci ogólnej, równanie okręgu, odległość punktu od prostej, punkty wspólne prostej i okręgu, skala centylowa, wartość oczekiwana.
- **Z zakresu podstawowego usunięto temat jednokładności oraz błąd względny i bezwzględny.**
- Pojawiły się **nowe tematy w zakresie rozszerzonym**, m.in.: trójkąt Pascala, dwumian Newtona, złożenia funkcji, dowód monotoniczności funkcji, wzór Bayesa, schemat Bernoulliego, stosowanie definicji pochodnej.

W poniższej analizie użyto skrótów:

SPP – oznacza podstawę programową z 2012 roku;

NPP – oznacza podstawę programową z 2018 roku.

SZCZEGÓŁOWE PORÓWNANIE PODSTAW PROGRAMOWYCH: Z 2012 R. I 2018 R.

Obszar	Podstawa programowa z 2012 r.	Podstawa programowa z 2018 r.
Dane podstawowe wynikające z siatki godzin		
Liczba godzin na realizację przedmiotu w cyklu nauczania	zakres podstawowy – 300 zakres rozszerzony – 180	zakres podstawowy – 420 zakres rozszerzony – 660
Tygodniowy wymiar godzin na realizację przedmiotu	zakres podstawowy – 10 zakres rozszerzony – 6	zakres podstawowy – 14 zakres rozszerzony – 22
Klasa, w której należy realizować przedmiot	1, 2, 3	1, 2, 3, 4

1. KOMPETENCJE KLUCZOWE

Podstawa programowa z 2012 r.	Podstawa programowa z 2018 r.	Uwagi i różnice
Do najważniejszych umiejętności zdobywanych przez ucznia w trakcie kształcenia ogólnego w liceum ogólnokształcącym i technikum należą: myślenie matematyczne – umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym.	myślenie – rozumiane jako złożony proces umysłowy, polegający na tworzeniu nowych reprezentacji za pomocą transformacji dostępnych informacji, obejmującej interakcję wielu operacji umysłowych: wnioskowanie, abstrahowanie, rozumowanie, wyobrażanie sobie, sądzenie, rozwiązywanie problemów, twórczość. Dzięki temu, że uczniowie szkoły ponadpodstawowej uczą się równocześnie różnych przedmiotów, możliwe jest rozwijanie następujących typów myślenia: analitycznego, syntetycznego, logicznego, komputacyjnego, przyczynowo-skutkowego, kreatywnego, abstrakcyjnego; zachowanie ciągłości kształcenia ogólnego rozwija zarówno myślenie percepcyjne, jak i pojęciowe. Synteza obu typów myślenia stanowi podstawę wszechstronnego rozwoju ucznia.	Brak informacji konkretnie o myśleniu matematycznym.

2. KORELACJE Z INNYMI PRZEDMIOTAMI

Podstawa programowa z 2012 r.

Brak opisu

Podstawa programowa z 2018 r.

W realizacji treści programowych istotna jest korelacja matematyki z innymi przedmiotami, takimi jak:

- **geografia**
 - wykonywanie obliczeń matematyczno-geograficznych,
 - wykonywanie obliczeń matematycznych z zakresu geografii fizycznej i społeczno-ekonomicznej w celu wnioskowania o zjawiskach i procesach geograficznych;
- **biologia**
 - kształtowanie umiejętności określania prób kontrolnych i badawczych oraz matematycznej analizy wyników (z zastosowaniem podstawowych elementów statystyki);
- **fizyka**
 - tworzenie modeli fizycznych lub matematycznych wybranych zjawisk i opisywanie ich założeń; ilustrowanie praw i zależności fizycznych z wykorzystaniem tych założeń,
 - stosowanie do obliczeń zależności okresu małych drgań wahadła matematycznego i ciężarka na sprężynie od ich parametrów,
 - wyznaczanie wartości przyspieszenia ziemskiego za pomocą wahadła matematycznego;
- **informatyka**
 - ilustrowanie i wyjaśnianie roli pojęć, obiektów i operacji matematycznych w projektowaniu rozwiązań problemów informatycznych i z innych dziedzin, posługiwanie się pojęciem logarytmu;
- **podstawy przedsiębiorczości**
 - obliczanie odsetek od lokat bankowych, realnej stopy procentowej, kosztów płacy.

Uwagi i różnice

Można również znaleźć opis, które działy i w którym półroczu najlepiej zrealizować, żeby dobrze korelowały z innymi przedmiotami.

3. CELE KSZTAŁCENIA – WYMAGANIA OGÓLNE

Podstawa programowa z 2012 r.	Podstawa programowa z 2018 r.	Uwagi i różnice
Brak	I. Sprawność rachunkowa Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.	Pojawiło się nowe wymaganie dotyczące sprawności rachunkowej . Można zauważyć, że w NPP kładzie się duży nacisk właśnie na ten obszar umiejętności .
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji Zakres podstawowy: Uczeń interpretuje tekst matematyczny. Po rozwiązaniu zadania interpretuje otrzymany wynik. Zakres rozszerzony: Uczeń używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji 1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel. 2. Używanie języka matematycznego do tworzenia tekstów matematycznych, w tym do opisu prowadzonych rozmów i uzasadniania wniosków, a także do przedstawiania danych.	Punkt „Wykorzystanie i tworzenie informacji” został opisany w bardzo podobnej formie jak w SPP.
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji Zakres podstawowy: Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych. Zakres rozszerzony: Uczeń rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne oraz operuje obiektami matematycznymi.	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych. 3. Tworzenie pomocniczych obiektów matematycznych na podstawie istniejących w celu przeprowadzenia argumentacji lub rozwiązania problemu. 4. Wskazywanie konieczności lub możliwości modyfikacji modelu matematycznego w przypadkach wymagających specjalnych zastrzeżeń, dodatkowych założeń, rozważenia szczególnych uwarunkowań.	Usunięto punkt SPP „Modelowanie matematyczne”, jednak jego założenia w większości są realizowane w punkcie NPP „Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji”. Można zauważyć, że połączono te dwa cele w jeden bardziej obszerny.
III. Modelowanie matematyczne Zakres podstawowy: Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu. Zakres rozszerzony: Uczeń buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia.	IV. Rozumowanie i argumentacja 1. Przeprowadzanie rozumowań, także kilkietapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu. 2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności. 3. Dobieranie argumentów do uzasadnienia poprawności rozwiązywania problemów, tworzenie ciągu argumentów, gwarantujących poprawność rozwiązania i skuteczność w poszukiwaniu rozwiązań zagadnienia. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	Usunięto również punkt SPP „Użycie i tworzenie strategii”, jednak jego założenia w większości są realizowane w punkcie NPP „Rozumowanie i argumentacja”. Można zauważyć, że połączono te dwa cele w jeden bardziej obszerny. Cel przede wszystkim rozbudowano o podpunkt 2. UWAGI OGÓLNE: W SPP cele kształcenia były podzielone na zakres podstawowy i rozszerzony, w NPP nie ma tego podziału. Cele kształcenia ograniczono do czterech punktów.
IV. Użycie i tworzenie strategii Zakres podstawowy: Uczeń stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania. Zakres rozszerzony: Uczeń tworzy strategię rozwiązania problemu. V. Rozumowanie i argumentacja Zakres podstawowy: Uczeń prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków. Zakres rozszerzony: Uczeń tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.		

4. TREŚCI NAUCZANIA – WYMAGANIA SZCZEGÓŁOWE

Podstawa programowa z 2012 r.

Kolejność punktów z SPP odpowiada analogicznym punktom NPP.

Podstawa programowa z 2018 r.

Uwagi i różnice

Wymienione punkty zawsze dotyczą NPP, chyba że jest zapisane inaczej.

Punkty z SPP odpowiadające tym z NPP oznaczono odpowiednimi kolorami (w każdym dziale osobno).

I. Liczby rzeczywiste. Uczeń:

ZAKRES PODSTAWOWY

- 1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;
- 2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia nie trudniejsze niż:
 - a) dowód podzielności przez 24 iloczynu czterech kolejnych liczb naturalnych,
 - b) dowód własności: jeśli liczba przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3, to jej trzecia potęga przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2;
- 3) stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;
- 4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach;
- 5) stosuje własności monotoniczności potęgowania, w szczególności własności:
jeśli $x < y$ oraz $a > 1$, to $a^x < a^y$, zaś gdy $x < y$ i $0 < a < 1$, to $a^x > a^y$;
- 6) postępuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;
- 7) (SPP 1 ZR) stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania i nierówności typu: $|x + 4| = 5$, $|x - 2| < 3$, $|x + 3| \geq 4$;
- 8) wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów;
- 9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym;
- 3) posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach;
- 4) oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych;
- 5) wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w zagadnieniach związanych z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką);
- 8) postępuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;
- 9) wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok).
- 6) wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym;

Punkt 1. jest dość oczywisty. Co prawda nie został wymieniony w SPP, jednak uważam, że warto zwracać uwagę także na rzeczy oczywiste.

Punkt 2. jest nowością. Przeprowadzanie dowodów dla wielu uczniów od zawsze było problemem.

W NPP ogólnie widoczny jest nacisk na przeprowadzanie dowodów (wskazywać na to może między innymi spis dowodów znajdujący się na samym końcu).

Punkty 3., 4., 5., 6., 8., 9. są bardzo podobne do odpowiednich punktów ze SPP.

Punkt 7. to wymaganie przeniesione z zakresu rozszerzonego SPP do zakresu podstawowego NPP. Poszerza znacznie dotychczasowe wymagania z zakresu podstawowego. Pojęcie wartości bezwzględnej od zawsze sprawiało uczniom dużo problemów. Być może poszerzenie tych treści jest dobrym wyjściem, jednak wiem, że na pewno kolejnym wyzwaniem dla nauczyciela.

Usunięto punkty ze SPP o numerach 1 i 2.

Usunięto również punkt 7. ze SPP dotyczący błędu bezwzględnego i względnego. Temat zwykle był realizowany w 1 klasie i nagle pojawiał się w zadaniach maturalnych, co było zawsze zaskakujące dla maturzystów, którzy nie pamiętali wzorów i nie można ich było również odnaleźć w tablicach matematycznych.

- 1) przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamek zwykłego, ułamek dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg);
- 2) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych);
- 7) oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia;

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 1) wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną, zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu:

$$|x - a| = b, |x - a| < b, |x - a| \geq b.$$

- 2) stosuje w obliczeniach **wzór na logarytm potęgi** oraz **wzór na zamianę podstawy logarytmu**.

ZAKRES ROZSZERZONY

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- stosuje wzór na zamianę podstawy logarytmu.

Fragment punktu 2. SPP dla zakresu rozszerzonego dotyczący wzoru na logarytm potęgi został przeniesiony do zakresu podstawowego NPP (pkt. 9). Dotychczasowym wymaganiem była umiejętność postugiwania się wzorem na logarytm potęgi tylko o wykładniku naturalnym.

II. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:

ZAKRES PODSTAWOWY

- 1) używa wzorów skróconego mnożenia na: $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$.

- 1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$, $(a + b)^3$, $(a - b)^3$, $a^3 - b^3$, $a^n - b^n$;
- 2) (SPP 4 ZR) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych;
- 3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej;
- 4) (SPP 3 ZR) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączenia wspólnego czynnika przed nawias oraz **metodą grupowania wyrazów**, w przypadkach nie trudniejszych niż rozkład wielomianu $W(x) = 2x^3 - \sqrt{3}x^2 + 4x - 2\sqrt{3}$;
- 5) znajduje pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych;
- 6) (SPP 2 ZR) dzieli wielomian jednej zmiennej $W(x)$ przez dwumian postaci $x - a$;
- 7) (SPP 6 ZR) mnoży i dzieli wyrażenia wymierne;
- 8) (SPP 6 ZR) dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne w przypadkach nie trudniejszych niż: $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}, \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}, \frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x+1}$.

Zakres podstawowy został znacznie powiększony.

Punkty 1., 2., 4., 6., 7., 8. to tak naprawdę wymagania z zakresu rozszerzonego ze SPP.

Punkty 3. oraz 5. są zupełnie nowe, jeśli chodzi o zakres podstawowy. Punkt 5. można znaleźć w SPP w dziale „Równania i nierówności”.

Zmiany te są potrzebne, jednak wyzwaniem jest ograniczony czas na dobrą realizację tych treści.

Jasno jest określony zakres treści dotyczący wielomianów i wyrażeń wymiernych.

ZAKRES ROZSZERZONY

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^3$ oraz $a^3 \pm b^3$;
- 2) dzieli wielomiany przez dwumian $ax + b$;
- 3) rozkłada wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia lub wyłączając wspólny czynnik przed nawias;
- 4) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany;
- 5) wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się łatwo sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych;
- 6) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne; rozszerza i (w łatwych przykładach) skraca wyrażenia wymierne.

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 1) znajduje pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu o współczynnikach całkowitych;
- 2) stosuje podstawowe własności trójkąta Pascala oraz następujące własności współczynnika dwumianowego (symbolu Newtona):

$$\binom{n}{0} = 1, \binom{n}{1} = n, \binom{n}{n-1} = n, \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}, \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

- 3) korzysta ze wzorów na:
 $a^3 + b^3$, $(a+b)^n$ i $(a-b)^n$.

Zakres rozszerzony również został powiększony. Prawie wszystko jest nowe, przede wszystkim zastosowanie trójkąta Pascala. To dobry krok, gdyż zwykle uczniowie dobrze sobie z tym radzą i ta metoda jest dla nich bardzo pomocna.

Punkt 5. SPP został niestety pominięty w NPP. Jednak oczywiście jest, że i tak ten punkt należy realizować, chociażby rozwiązując równania wymierne.

III. Równania i nierówności. Uczeń:

ZAKRES PODSTAWOWY

- 1) sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;
- 2) wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- 3) rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;
- 5) rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;
- 4) rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą;

- 7) korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu $x(x+1)(x-7)=0$;

- 8) rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np.
$$\frac{x+1}{x+3}=2, \frac{x+1}{x}=2x$$

- 6) korzysta z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu $x^3=-8$;

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 7) rozwiązuje łatwe nierówności wielomianowe;

- 8) rozwiązuje proste nierówności wymierne typu:

$$\frac{x+1}{x+3} > 2 \frac{x+3}{x^2-16} < \frac{2x}{x^2-4x},$$
$$\frac{3x-2}{4x-7} \leq \frac{1-3x}{5-4x}$$

- 1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny;
- 2) interpretuje równania i nierówności sprzeczne oraz tożsamościowe;
- 3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą;
- 4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe;
- 5) rozwiązuje równania wielomianowe, które dają się doprowadzić do równania kwadratowego, w szczególności równania dwukwadratowe;
- 6) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x)=0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;
- 7) rozwiązuje równania wymierne postaci $\frac{V(x)}{W(x)}=0$, gdzie wielomiany $V(x)$ i $W(x)$ są zapisane w postaci iloczynowej.

ZAKRES ROZSZERZONY

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 1) rozwiązuje nierówności wielomianowe typu:
 $W(x) > 0, W(x) \geq 0, W(x) < 0, W(x) \leq 0$
dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;
- 2) rozwiązuje równania i nierówności wymierne nie trudniejsze niż:
$$\frac{x+1}{x(x-1)} + \frac{1}{x+1} \geq \frac{2x}{(x-1)(x+1)}$$

Punktów 1. i 2. nie było w SPP, ale są dość oczywiste i zawsze były realizowane przez nauczycieli.

Punkt 2. SPP jest realizowany w dziale IV.

Punkty 1. i 6. SPP zostały pominięte w NPP, jednak zapewne będą realizowane przez nauczycieli.

Punkty 3., 4., 6., 7. są prawie takie same jak w SPP. Nowością jest metoda grupowania. Może ona pomóc w rozwiązaniu zadań.

Punkt 5. jest przeniesiony z zakresu rozszerzonego SPP. Często, bez znajomości tej metody, rozwiązywanie zadań wymagało od ucznia więcej pracy.

Zakres rozszerzony jest dość podobny do SPP.

Punkty 1. i 5. zostały bardziej rozbudowane.

Punkt 2. nie zmienił się (jego częściowy odpowiednik w SPP ma nr 8)

Punkt 3. SPP jest realizowany w NPP w dziale IV.

Punkt 4. SPP jest spełniony w dziale II dla zakresu podstawowego.

Punkt 5. SPP został przeniesiony do działu II.

- | | |
|---|--|
| <p>1) stosuje wzory Viète'a;</p> <p>9) rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną o poziomie trudności nie wyższym niż:
 $x+1 -2 =3$, $x-+3 + x-5 >12$.</p> <p>2) rozwiązuje równania i nierówności liniowe i kwadratowe z parametrem;</p> | <p>3) stosuje wzory Viète'a dla równań kwadratowych;</p> <p>4) rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną o stopniu trudności nie większym niż:
 $2 x+3 +3 x-1 =13$, $x+2 +2 x-3 <11$;</p> <p>5) analizuje równania i nierówności liniowe z parametrami oraz równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów, podaje warunki, przy których rozwiązania mają żądaną własność, i wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów.</p> |
| <p>3) rozwiązuje układy równań, prowadzące do równań kwadratowych;</p> <p>4) stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$;</p> <p>5) stosuje twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych;</p> <p>6) rozwiązuje równania wielomianowe dające się łatwo sprowadzić do równań kwadratowych;</p> | |

IV. Układy równań. Uczeń:

ZAKRES PODSTAWOWY

Brak

- 1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;
- 2) stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych;
- 3) rozwiązuje metodą podstawiania układy równań, z których jedno jest liniowe, a drugie kwadratowe,
- postaci $\begin{cases} ax + by = e \\ x^2 + y^2 + cx + dy = f \end{cases}$
- lub $\begin{cases} ax + by = e \\ y = cx^2 + dx + f \end{cases}$

Punkt 1. jest odpowiednikiem punktu 2. SPP z działu „Równania i nierówności”.

Punkt 2. jest nowością, jednak był realizowany mimo wszystko w SPP.

Punkt 3. jest odpowiednikiem punktu 3. SPP z działu „Równania i nierówności” z zakresu rozszerzonego. Przeniesienie tego punktu do zakresu podstawowego pozwoli na częstsze powtarzanie zadań z funkcją kwadratową, która stanowi bardzo dużą i bardzo ważną część typowych zadań maturalnych.

ZAKRES ROZSZERZONY

Brak

Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto rozwiązuje układy równań kwadratowych postaci

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + ax + by = c \\ x^2 + y^2 + dx + ey = f \end{cases}$$

Jest to realizacja treści ze SPP z działu „Równania i nierówności”.

V. Funkcje. Uczeń:

ZAKRES PODSTAWOWY

- 1) określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego;
- 2) oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu. Posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość;
- 3) odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak; punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą);
- 7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
- 5) rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;
- 6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie;
- 8) szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;
- 10) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje);
- 9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
- 11) wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- 12) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym);
- 4) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x + a)$, $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$;
- 1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);
- 2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;
- 3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;
- 4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;
- 5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
- 6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach;
- 7) szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem;
- 8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje);
- 9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
- 10) wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- 11) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym;
- 12) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - a)$, $y = f(x) + b$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$;

Punkt 1. został poszerzony o umiejętność posługiwania się funkcjami, które mają różne wzory na różnych przedziałach. Jest to punkt 4. przeniesiony z zakresu rozszerzonego SPP. Jednak nieraz w podręcznikach można było spotkać się z tego typu zadaniami dla poziomu podstawowego.

Punkty 2.-12. są prawie identyczne i zgodne ze SPP. Nic nie zostało pominięte, ale raczej poszerzone w opisach.

Punkt 13. jest poszerzony o zastosowania praktyczne, co jest bardzo ważne. Uczniowie oczekują przede wszystkim wiedzy praktycznej i takiej, której zastosowanie będzie dla nich istotne.

Punkt 14. został powiększony o wymagania z zakresu rozszerzonego SPP, czyli posługiwanie się funkcją logarytmiczną.

- 13)** szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla danego a , korzysta ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;
- 14)** szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;
- 15)** posługuje się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym.

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 1)** na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = |f(x)|$, $y = c \cdot f(x)$, $y = f(cx)$;
- 2)** szkicuje wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;
- 3)** posługuje się funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym;
- 4)** szkicuje wykres funkcji określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami; odczytuje własności takiej funkcji z wykresu.

- 13)** posługuje się funkcją $f(x) = \frac{a}{x}$, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych;
- 14)** posługuje się funkcjami wykładniczą i **logarytmiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi.**

ZAKRES ROZSZERZONY

Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 1)** na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ rysuje wykres funkcji $y = |f(x)|$;
- 2)** posługuje się złożeniami funkcji;
- 3)** dowodzi monotoniczności funkcji zadanej wzorem, jak w przykładzie: wykaż, że funkcja $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ jest monotoniczna w przedziale $(-\infty, -2)$.

Punkt 1. został pomniejszony o dwa rodzaje wykresów. Może to stworzyć problem podczas omawiania trygonometrii, gdzie było to głównie wykorzystywane i właśnie przy tym dziale łatwo było wyjaśnić, na czym to polega.

Punkt 2. jest nowością.

Punkt 3. jest również nowy.

VI. Ciągi. Uczeń:

ZAKRES PODSTAWOWY

- 1)** wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- 2)** bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;

- 1)** oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- 2)** oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie, jak w przykładach:
- $$\begin{cases} a_1 = 0,001 \\ a_{n+1} = a_n + \frac{1}{2}a_n(1-a_n) \end{cases}, \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 1 \\ a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \end{cases}$$
- 3)** w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący;
- 4)** sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;

Punkty 1., 4., 5., 6. są odpowiednikami punktów ze SPP.

Punkt 2. jest przeniesiony z zakresu rozszerzonego SPP (punkt 1.). Korzyścią jest zwłaszcza możliwość pokazania uczniom ciągu Fibonacciego, który ma ogromne znaczenie i zastosowanie.

Punkt 3. jest nowy, ale w podręcznikach do SPP można znaleźć zadania tego typu.

Punkt 7. jest kluczowy, ponieważ kontekst praktyczny jest bardzo ważny dla uczniów.

- 3) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- 4) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 2) oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $\frac{1}{n}$, $\frac{1}{n^2}$ oraz z twierdzeń o działaniach na granicach ciągów;
- 3) rozpoznaje szeregi geometryczne zbieżne i oblicza ich sumy.
- 1) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym;

- 5) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- 6) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- 7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.

ZAKRES ROZSZERZONY

Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 1) oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $\frac{1}{n}$, $\sqrt[n]{a}$ oraz twierdzeń o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych, a także twierdzenia o trzech ciągach;
- 2) rozpoznaje zbieżne szeregi geometryczne i oblicza ich sumę.

Poza przeniesieniem jednego z punktów ze SPP do zakresu podstawowego NPP – nie ma większych zmian.

VII. Trygonometria. Uczeń:

ZAKRES PODSTAWOWY

- 1) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do 180° ;
- 2) korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);
- 3) oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną);
- 4) stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi:
 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ oraz $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$;
- 5) znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.

- 1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180° , w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° ;
- 2) znajduje przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych, korzystając z tablic lub kalkulatora;
- 3) znajduje za pomocą tablic lub kalkulatora przybliżoną wartość kąta, jeśli dana jest wartość funkcji trygonometrycznej;
- 4) korzysta z wzorów
 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$;
- 5) stosuje twierdzenia sinusów i cosinusów oraz wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$;
- 6) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty).

Punkty 1.– 3. pozostały niezmiennie.

W **punkcie 4.** usunięto jeden wzór, dość istotny.

Punkt 5. jest częściowo przeniesiony z zakresu rozszerzonego SPP z działu „Planimetria”. Twierdzenie sinusów i cosinusów może pozwolić na uproszczenie rozwiązań niektórych zadań.

Punkt 6. jest nowy i jest właściwie konsekwencją wprowadzenia punktu 5.

Punkt 5. SPP został pominięty; być może punkt 4. w NPP jest wystarczający.

ZAKRES ROZSZERZONY

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 1) stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie;
- 4) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych (np. gdy rozwiązuje nierówności typu $\sin x > a$, $\cos x \leq a$, $\operatorname{tg} x > a$);
- 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;
- 2) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dowolnego kąta o mierze wyrażonej w stopniach lub radianach (przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego);
- 5) stosuje wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów, sumę i różnicę sinusów i cosinusów kątów;
- 6) rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne typu $\sin 2x = \frac{1}{2}$, $\sin 2x + \cos x = 1$, $\sin x + \cos x = 1$, $\cos 2x < \frac{1}{2}$.

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 1) stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie;
- 2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus, tangens;
- 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;
- 4) stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych;
- 5) korzysta z wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów, a także na funkcje trygonometryczne kątów podwojonych;
- 6) rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne o stopniu trudności nie większym niż w przykładach: $4 \cos 2x \cos 5x = 2 \cos 7x + 1$, $2 \sin^2 x \leq 1$.

Punkty 1., 2., 3., 6. reprezentują to samo co zakres rozszerzony SPP.

Punkt 4. jest najprawdopodobniej odpowiednikiem punktu 2. SPP

Punkt 5. został poszerzony o wzór na funkcje trygonometryczne podwojonych kątów.

VIII. Planimetria. Uczeń:

ZAKRES PODSTAWOWY

1) stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym;

3) rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów;

- 1) wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa;
- 2) rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i twierdzenie cosinusów); stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok;
- 3) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;
- 4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i trapezów;
- 5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych;
- 6) stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu;
- 7) stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa, o dwusiecznej kąta oraz o kącie między stycznymi a cięciwą;
- 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów;

Punkty 1., 2., 3., 4., 6., 10., 11., 12. są nowością, jeśli chodzi o zakres podstawowy. Część z tych punktów była realizowana w SPP w zakresie podstawowym, a także w zakresie rozszerzonym (przynajmniej tego typu zadania można było spotkać w podręcznikach do matematyki). Wiele punktów zostało doprecyzowanych, co może być bardzo pomocne dla nauczycieli. Jednymi z trudniejszych do realizacji wymagań będą dowody geometryczne. Sama planimetria i geometria jest dla uczniów zawsze trudnym tematem.

Punkty 5., 8. bez zmian.

Punkt 7. został przeniesiony z zakresu rozszerzonego SPP i poszerzony o dwa twierdzenia.

Punkt 9. został częściowo przeniesiony z zakresu rozszerzonego SPP.

Punkt 2. SPP został pominięty, ale jest realizowany w tym dziale NPP.

Punkt 4. SPP został przeniesiony do zakresu podstawowego NPP, do działu VII.

4) korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w ławowych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi.

2) korzysta z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych;

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 1) stosuje twierdzenia charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu;
- 2) stosuje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do obliczania długości odcinków i ustalania równoległości prostych;
- 3) znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych w jednokładności (odcinka, trójkąta, czworokąta itp.);
- 4) rozpoznaje figury podobne i jednokładne; wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) ich własności;
- 5) znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów.

9) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych;

10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności;

11) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur;

12) przeprowadza dowody geometryczne.

ZAKRES ROZSZERZONY

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto **stosuje własności czworokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu.**

W zakresie rozszerzonym został tylko jeden punkt

(1. punkt SPP)

Punkty 3. i część **4.** SPP dotyczące jednokładności zostały pominięte w NPP. Jest to temat, który niektórym uczniom przysparzał wielu problemów i często był mylony z podobieństwem.

Punkt 5. SPP został przeniesiony do zakresu podstawowego NPP, do działu VII.

IX. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej. Uczeń:

ZAKRES PODSTAWOWY

2) bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;

4) oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych;

1) wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej);

3) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt;

6) oblicza odległość dwóch punktów;

1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje;

2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu);

3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;

Punkty 1., 2. są dość podobne do wymagań SPP. Poszerzono je o równanie prostej w postaci ogólnej.

Punkty 3., 7. są odpowiednikami wymagań z zakresu podstawowego SPP.

Punkty 4., 5., 6. są przeniesione z zakresu rozszerzonego SPP. Może to być wyzwanie dla nauczyciela.

7) znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu.

5) wyznacza współrzędne środka odcinka;

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

7) oblicza współrzędne oraz długość wektora; dodaje i odejmuje wektory oraz mnoży je przez liczbę. Interpretuje geometrycznie działania na wektorach;

1) interpretuje graficznie nierówność liniową z dwiema niewiadomymi oraz układy takich nierówności;

2) bada równoległość i prostokątność prostych na podstawie ich równań ogólnych;

3) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci ogólnej i przechodzi przez dany punkt;

4) oblicza odległość punktu od prostej;

5) posługuje się równaniem okręgu $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ oraz opisuje koła za pomocą nierówności;

6) wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu;

8) stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji.

4) (SPP 5 ZR) posługuje się równaniem okręgu

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

5) (SPP 5 ZR) oblicza odległość punktu od prostej;

6) (SPP 5 ZR) znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej;

7) wyznacza obrazy okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych).

ZAKRES ROZSZERZONY

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

1) stosuje równanie okręgu w postaci ogólnej;

2) znajduje punkty wspólne dwóch okręgów;

3) zna pojęcie wektora i oblicza jego współrzędne oraz długość, dodaje wektory i mnoży wektor przez liczbę, oba te działania wykonuje zarówno analitycznie, jak i geometrycznie.

Punkt 1. jest nowy, ale dość oczywisty.

Punkt 2. jest nowy, ale prawdopodobnie realizowany dotychczas przez większość nauczycieli.

Punkt 3. jest odpowiednikiem wymagania z zakresu rozszerzonego SPP.

Punkt 8. SPP został pominięty.

X. Stereometria. Uczeń:

ZAKRES PODSTAWOWY

2) rozpoznaje w graniastopkach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów;

1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się;

2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;

Punkt 1. jest teoretycznie nowy, ale w praktyce nie.

Punkty 2., 3., 4., 5., 6. zostały niezmiennie.

Punkt 7. jest nowością, jednak też często dotychczas praktykowaną przez nauczycieli.

- 1) rozpoznaje w graniastopkach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, itp.), oblicza miary tych kątów;
- 4) rozpoznaje w graniastopkach i ostrosłupach kąty między ścianami;
- 3) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;
- 5) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;
- 6) stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości.

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 1) określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną;
- 2) określa, jaką figurą jest dany przekrój graniastopka lub ostrosłupa płaszczyzną.

- 3) rozpoznaje w graniastopkach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów;
- 4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;
- 5) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;
- 6) oblicza objętości i pola powierzchni graniastopków, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;
- 7) wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych.

ZAKRES ROZSZERZONY

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 1) zna i stosuje twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny i o trzech prostopadłych;
- 2) wyznacza przekroje sześcią i ostrosłupów prawidłowych oraz oblicza ich pola, także z wykorzystaniem trygonometrii.

Punkt 1. jest nowością; uczniom łatwiej skupić się na konkretnych bryłach (graniastopkach, ostrosłupach, itp.) niż płaszczyznach i może być to trudne do wprowadzania.
Punkt 2. został poszerzony o obliczanie pól tych przekrojów.

XI. Kombinatoryka. Uczeń:

ZAKRES PODSTAWOWY

Z działu SPP „Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka”:

- 2) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania;

- 1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- 2) zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności w sytuacjach nie trudniejszych niż:
 - a) obliczenie, ile jest czterocyfrowych nieparzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 1 i dokładnie jedna cyfra 2,
 - b) obliczenie, ile jest czterocyfrowych parzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 0 i dokładnie jedna cyfra 1.

Dział ze SPP: „Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka” został rozdzielony na dwa działy:

XI. Kombinatoryka

XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.

Punkty 1. i 2. to odpowiedniki punktu 2. SPP, tylko dokładniej opisane.

Punkty 1., 3. SPP działu „Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka” zostały przeniesione do działu XII.

ZAKRES ROZSZERZONY

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 1) wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji i wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych;

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 1) oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji, również w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów;
- 2) stosuje współczynnik dwumianowy (symbol Newtona) i jego własności przy rozwiązywaniu problemów kombinatorycznych.

Punkt 1. jest odpowiednikiem punktu 1. SPP.

Punkt 2. jest teoretycznie nowością, jednak w SPP był używany chociażby we wzorze na kombinacje.

Punkty 2., 3. SPP zostały przeniesione do działu XII.

XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka. Uczeń:

ZAKRES PODSTAWOWY

Z działu SPP „Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka”:

- 3) oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.

- 1) oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje te parametry dla danych empirycznych;

- 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym;

- 2) stosuje skalę centylową;

- 3) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę;

- 4) oblicza odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje ten parametr dla danych empirycznych;

- 5) oblicza wartość oczekiwaną, np. przy ustalaniu wysokości wygranej w prostych grach losowych i loteriach.

Punkty 1., 3., 4. są odpowiednikami wymagań ze SPP.

Punkt 2. jest nowością i dość ciekawym pomysłem. Można wykorzystać to do ciekawych zadań, i bardzo praktycznych.

Punkt 5. jest nowością. Ten temat może sprawić kłopot uczniom. Na pewno będzie to wyzwanie dla nauczyciela.

ZAKRES ROZSZERZONY

Z działu SPP „Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka”:

- 2) oblicza prawdopodobieństwo warunkowe;
- 3) korzysta z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym.

spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

- 1) oblicza prawdopodobieństwo warunkowe i stosuje wzór Bayesa, stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym;
- 2) stosuje schemat Bernoulliego.

Nowością jest wzór Bayesa oraz schemat Bernoulliego.

XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy. Uczeń:

ZAKRES PODSTAWOWY

Brak

Brak

ZAKRES ROZSZERZONY

- 1) oblicza granice funkcji (i granice jednostronne), korzystając z twierdzeń o działaniach na granicach i z własności funkcji ciągłych;
- 3) korzysta z geometrycznej i fizycznej interpretacji pochodnej;
- 2) oblicza pochodne funkcji wymiernych;
- 4) korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji;
- 5) znajduje ekstrema funkcji wielomianowych i wymiernych;
- 6) stosuje pochodne do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych.

- spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:
- 1) oblicza granice funkcji (w tym jednostronne);
 - 2) stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i znajdowania przybliżonej wartości miejsca zerowego;
 - 3) stosuje definicję pochodnej funkcji, podaje interpretację geometryczną i fizyczną pochodnej;
 - 4) oblicza pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym oraz oblicza pochodną, korzystając z twierdzeń o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu i funkcji złożonej;
 - 5) stosuje pochodną do badania monotoniczności funkcji;
 - 6) rozwiązuje zadania optymalizacyjne z zastosowaniem pochodnej.

- Punkty 1., 3., 4., 5., 6.** są odpowiednikami z zakresu rozszerzonego SPP.
- Punkt 2.** jest nowością, ale to kolejne z zagadnień, które i tak było obecne w podręcznikach.
- Punkt 3.** został poszerzony o stosowanie definicji pochodnej. Ten temat jest dla uczniów trudny; stosowanie definicji nie jest niezbędne.
- Punkt 4.** został poszerzony o dokładniejszy opis, ale myślę, że zawiera to samo, co SPP.

WARUNKI I SPOSÓB REALIZACJI

W NPP dodatkowo opisano kilka tematów i zagadnień, takich jak: korelacja, oznaczenia, przedziały, zastosowania logarytmów, postać kanoniczna, złożenia funkcji i funkcje odwrotne, przekształcenia równoważne, zastosowania algebry, ciągi, granica ciągu, planimetria, dwumian Newtona, rachunek prawdopodobieństwa, pochodne, dowody.

Można tam znaleźć przydatne i ważne wskazówki, w szczególności przy treściach, które są zupełnie nowe.

TWIERDZENIA, DOWODY

Dodano obszerny spis twierdzeń i dowodów. Uczniowie mają z tym obszarem naprawdę duże problemy, ale zwiększenie liczby tych dowodów nie rozwiąże sytuacji. Jednak dobrze, że dokonano takiego spisu, jest to na pewno o wiele bardziej przejrzyste niż SPP.