Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy: 180 minut

LISTOPAD 2020

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 11 stron (zadania 1.–15.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–4.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W zadaniu kodowanym (5.) wpisz w tabelę wyniku trzy cyfry wymagane w poleceniu.
5. W rozwiązaniach zadań otwartych (6.–15.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
6. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Życzymy powodzenia!

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–4. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Wyrażenie $\dfrac{\sqrt[3]{18}}{\sqrt[3]{9}-2\sqrt[3]{3}+4}$ jest równe:

A. $\sqrt[3]{36}-2\sqrt[3]{18}$

B. $3\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{18}$

C. $\dfrac{\sqrt[3]{54}-2\sqrt[3]{18}}{7}$

D. $\dfrac{3\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{18}}{11}$

Zadanie 2. (0–1)

Dany jest trapez $ABCD$ w którym $AB \parallel CD$, $|AB|=8, |CD|=3$. Na ramieniu BC zaznaczono punkt E w ten sposób, że $\dfrac{|CE|}{|EB|}=\dfrac{1}{2}$. Przez punkt E poprowadzono prostą równoległą do AB, która przecięła ramię AD w punkcie F. Odcinek EF ma długość:

A. 3 **B.** $4\dfrac{2}{3}$ **C.** $5\dfrac{1}{2}$ **D.** 6

Zadanie 3. (0–1)

Granica ciągu $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{4n^2+3n}-2n\right)$ jest równa:

A. 0 **B.** $\dfrac{3}{4}$ **C.** 1 **D.** $+\infty$

Zadanie 4. (0–1)

Równanie $\left|\dfrac{-4x-17}{x+5}\right|=m$ ma dokładnie dwa rozwiązania dla:

A. $m\in(-5,0)\cup(0,+\infty)$

B. $m\in(0,+\infty)$

C. $m\in(0,4)\cup(4,+\infty)$

D. $m\in(0,5)\cup(5,+\infty)$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań 5.–15. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 5. (0–2)

Oblicz $\log_{ab}\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}}$, jeżeli wiadomo, że $\log_{ab} a = 4$.

Zakoduj cyfrę jedności i dwie cyfry po przecinku otrzymanego wyniku.

Zadanie 6. (0–3)

Znajdź równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x) = \frac{x-8}{4-3x}$ w punkcie $(x_0, 3)$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 7. (0–3)

Wykaż, że tylko jedna liczba spełnia nierówność $\binom{n}{n-3} \leq n-1$.

Zadanie 8. (0–3)

Dany jest trapez prostokątny o podstawach długości a, b oraz wysokości długości $2h$. Dłuższe ramię trapezu jest równocześnie średnicą okręgu, który jest styczny do drugiego ramienia trapezu. Udowodnij, że $h^2 = ab$.

Zadanie 9. (0–4)

W pudełku znajduje się 30 piłeczek ponumerowanych liczbami 1, 2, 3, 4, ..., 30. Losujemy kolejno dwie piłeczki bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że druga wylosowana piłeczka jest oznaczona liczbą pierwszą, jeżeli wiadomo, że pierwsza piłeczka była oznaczona liczbą nieparzystą. Wynik podaj w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego.

Odpowiedź: ....

Zadanie 10. (0–4)

W trójkącie równobocznym ABC na boku AB zaznaczono punkt D w taki sposób, że $\frac{|AD|}{|DB|}=\frac{1}{3}$. Wyznacz sinus kąta BCD.

Odpowiedź: ....

Zadanie 11. (0–4)

Rozwiąż równanie $\sin^2 2x + 1 = 7\cos^2\left(\frac{3}{2}\pi - x\right)$ dla $x \in \langle -2\pi, 2\pi \rangle$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 12. (0–6)

Dla jakich wartości parametru m funkcje $f(x) = \frac{4-m}{x}$ oraz $g(x) = x^2 + 5x + m$, dla $x \neq 0$, mają dokładnie trzy punkty wspólne?

Odpowiedź: ....

N7383_PR_arkusz_1.indd 7 2020-10-19 09:50:48

Zadanie 13. (0–4)

Ciąg (a_n) jest ciągiem arytmetycznym. W wyniku podzielenia wyrazu a_{13} przez a_3 otrzymujemy iloraz 5 i resztę 1, dodatkowo wyrazy pierwszy, siódmy i sto trzeci w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny. Oblicz iloraz ciągu geometrycznego.

Odpowiedź: ....

Zadanie 14. (0–6)

Wyznacz równanie okręgu, który jest styczny do prostych $x = 0$ oraz $4x + 3y + 33 = 0$, a także przechodzi przez punkt $P(-2,0)$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 15. (0–7)

Obwód trójkąta równoramiennego jest równy L. Jakie długości powinny mieć boki tego trójkąta, aby objętość bryły powstałej w wyniku obrotu wzdłuż podstawy była największa?

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ISBN 978-83-7879-939-9

9 788378 799399