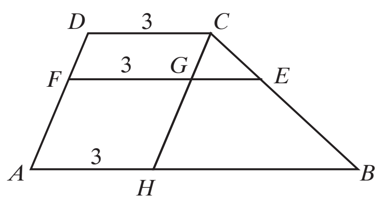
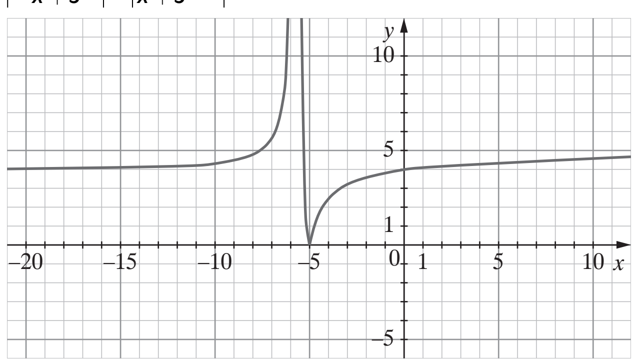
KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI
Próbna Matura z OPERONEM
Matematyka
Poziom rozszerzony

Listopad 2020

Zadania zamknięte

Za każdą poprawną odpowiedź zdający otrzymuje 1 punkt.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	D	$\frac{\sqrt[3]{18}}{\sqrt[3]{9}-2\sqrt[3]{3}+4}\cdot\frac{\sqrt[3]{3}+2}{\sqrt[3]{3}+2}=\frac{3\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{18}}{11}$
2.	B	 $\frac{\lvert CE\rvert}{\lvert EG\rvert}=\frac{\lvert CB\rvert}{\lvert BH\rvert}\Rightarrow\frac{x}{\lvert EG\rvert}=\frac{3x}{5}\Rightarrow\lvert EG\rvert=\frac{5}{3},\ \lvert EF\rvert=4\frac{2}{3}$
3.	B	$\lim\limits_{n\to+\infty}\left[\left(\sqrt{4n^2+3n}-2n\right)\cdot\frac{\left(\sqrt{4n^2+3n}+2n\right)}{\left(\sqrt{4n^2+3n}+2n\right)}\right]=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3n}{\left(\sqrt{4n^2+3n}+2n\right)}=\frac{3}{4}$
4.	C	$\left\lvert\frac{-4x-17}{x+5}\right\rvert=\left\lvert\frac{3}{x+5}-4\right\rvert\Rightarrow m\in(0,4)\cup(4,+\infty)$ 

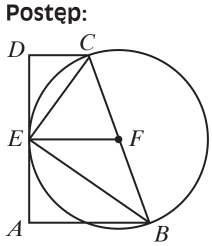
Zadania otwarte – kodowane

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania	Liczba punktów
5.	2 8 3	$1=\log_{ab}ab=\log_{ab}a+\log_{ab}b=4+\log_{ab}b\Rightarrow\log_{ab}b=-3$ $\log_{ab}\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}}=\frac{1}{3}\log_{ab}a-\frac{1}{2}\log_{ab}b=\frac{17}{6}=2{,}8(3)$	2

Zadania otwarte

Uwagi ogólne.

- Jeżeli zdający rozwiąże bezbłędnie zadanie inną metodą, nieopisaną w schemacie, ale merytorycznie poprawną, otrzymuje za to rozwiązanie maksymalną liczbę punktów.
- Za błąd rachunkowy zdający traci 1 punkt, jeżeli błąd ten nie spowodował znacznego ułatwienia lub utrudnienia zadania (wówczas należy potraktować go tak, jakby był błędem rzeczowym).
- Jeżeli zdający popełni błąd merytoryczny, otrzymuje punkty tylko za tę część zadania, którą rozwiązał do momentu popełnienia tego błędu, dalsza część nie jest oceniania (więc jeżeli zostanie on popełniony na początku, zdający otrzymuje za zadanie 0 punktów).
- Jeżeli zdający źle przepisze dane liczbowe z zadania, ale nie spowoduje to zmiany sensu zadania bądź nie ułatwi rozwiązania, wówczas za całe zadanie traci 1 punkt.
- Jeżeli zdający prawidłowo rozwiąże zadanie, ale podczas zapisywania odpowiedzi źle przepisze rozwiązanie, należy potraktować to jako błąd nieuwagi, za który zdający nie traci punktu.
- Jeżeli punkt ma być przyznany za zapisanie układu kilku równań, to równania te nie muszą być zapisane jedno pod drugim i połączone klamrą, wystarczy, że będą zapisane (w różnych miejscach).

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
6.	**Postęp:** Obliczenie pochodnej funkcji: $f'(x)=\frac{-20}{(4-3x)^2}$, $x\neq\frac{4}{3}$ (zapis $x\neq\frac{4}{3}$ nie jest wymagany)	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie x_0 oraz $f'(x_0)$: $x_0=2$, $f'(x_0)=f'(2)=-5$	2
	Rozwiązanie bezbłędne: Równanie stycznej: $y=-5x+13$	3
7.	**Postęp:** Zapis nierówności w postaci: $\frac{(n-2)(n-1)n}{6}\leq n-1$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Rozwiązanie nierówności w zbiorze liczb rzeczywistych: $n\in(-\infty, 1-\sqrt{7}\rangle\cup\langle 1, 1+\sqrt{7}\rangle$	2
	Rozwiązanie bezbłędne: Uwzględnienie dziedziny nierówności $n\geq 30$ dla $n\in N$ i podanie odpowiedzi:	3
8.	**Postęp:**  Zdający zauważy, że $\lvert\measuredangle BEC\rvert=90°$ oraz $\triangle BEF$ i $\triangle CEF$ są równoramienne.	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zdający zauważy kąty naprzemianległe w trapezach $ABFE$ i $CDEF$.	2

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Rozwiązanie bezbłędne: Zdający zauważy, że $\measuredangle ABE$ i $\measuredangle CDE$ są podobne na podstawie cechy kąt-kąt, stąd $\frac{a}{h} = \frac{h}{b}$, i poprawnie sformułuje wniosek.	3
9.	**Postęp:** Opis zdarzeń, np.: A – wylosowano piłeczkę z liczbą pierwszą za drugim razem B – wylosowano piłeczkę z liczbą nieparzystą za pierwszym razem $A \mid B$ – druga wylosowana piłka oznaczona jest liczbą pierwszą, jeżeli wiadomo, że pierwsza była oznaczona liczbą nieparzystą	1
	Istotny postęp: Obliczenie mocy zbioru: $\overline{\overline{A \cap B}} = 6 \cdot 10 + 9 \cdot 9 = 141$ lub $\overline{\overline{B}} = 15 \cdot 29 = 435$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie mocy zbiorów: $\overline{\overline{A \cap B}} = 6 \cdot 10 + 9 \cdot 9 = 141$ i $\overline{\overline{B}} = 15 \cdot 29 = 435$	3
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie prawdopodobieństwa: $P(A \mid B) = \frac{47}{145}$	4
10.	**Postęp:** Skorzystanie z twierdzenia sinusów w $\measuredangle BCD$: $\frac{\lvert CD \rvert}{\sin 60^\circ} = \frac{3x}{\sin \alpha}$, gdzie $\lvert BD \rvert = 3x$, $\lvert \measuredangle BCD \rvert = \alpha$	1
	Istotny postęp: Skorzystanie z twierdzenia cosinusów w $\measuredangle BCD$: $\lvert CD \rvert^2 = 9x^2 + 16x^2 - 24x^2 \cos \alpha$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie długości CD: $\lvert CD \rvert = \sqrt{13}x$	3
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie sinusa danego kąta: $\sin \alpha = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}$	4
11.	**Postęp:** Przekształcenie równania do postaci: $4\sin^2 x \cos^2 x + 1 = 7\sin^2 x$	1
	Istotny postęp: Przekształcenie równania do postaci: $-4\sin^4 x - 3\sin^2 x + 1 = 0$ (Zdający może zastosować podstawienie, ale nie musi.)	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Rozwiązanie uwzględniające dziedzinę: $\sin^2 x = \frac{1}{4}$ lub $\sin^2 x = -1$ – sprzeczność	3
	Rozwiązanie bezbłędne: $x \in \left\{ \pm\frac{\pi}{6}, \pm\frac{5\pi}{6}, \pm\frac{7\pi}{6}, \pm\frac{11\pi}{6} \right\}$	4

<table>
<tr><th>Numer zadania</th><th>Modelowe etapy rozwiązywania zadania</th><th>Liczba punktów</th></tr>
<tr><td>12.</td><td colspan="2">Rozwiązanie zadania składa się z trzech etapów:
Etap I polega na doprowadzeniu równania do postaci równania wielomianowego stopnia trzeciego, zauważeniu, że liczba -1 jest pierwiastkiem tego wielomianu oraz zapisanie równania po podzieleniu przez dwumian $(x+1)$, za ten etap zdający może otrzymać 2 punkty.
Etap II polega na zbadaniu warunku podanego w zadaniu. Za ten etap zdający może otrzymać 3 pkt.
Etap III to podanie rozwiązania. Za ten etap zdający otrzymuje 1 pkt.</td></tr>
<tr><td></td><td>Etap I
Zdający zauważy, że pierwiastkiem równania:
$x^3+5x^2+mx+m-4=0$ jest liczba -1
Zapisanie równania: $(x+1)(x^2+4x+m-4)=0$
Za każdą część tego etapu zdający otrzymuje po 1 punkcie.</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>Etap II
Rozpatrzenie warunków:
$\Delta>0 \Rightarrow m<8$
$x\neq -1 \Rightarrow m\neq 7$
$x\neq 0 \Rightarrow m\neq 4$
Po 1 pkt zdający otrzymuje za rozpatrzenie każdego w warunków.</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td>Etap III
Wyznaczenie szukanej wartości parametru m z uwzględnieniem wszystkich warunków:
$m\in(-\infty,8)-\{4,7\}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>13.</td><td>Postęp:
Zapis jednego z równań (a – pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego, r – różnica tego ciągu): $a_{13}=5a_3+1$ lub $(a+6r)^2=a(a+102r)$</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>Istotny postęp:
Zapis układu równań z dwiema niewiadomymi:
$\begin{cases} a_{13}=5a_3+1 \\ (a+6r)^2=a(a+102r) \end{cases}$</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>Pokonanie zasadniczych trudności:
Rozwiązanie układu: $a=1, r=2{,}5$</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td>Rozwiązanie bezbłędne:
Podanie odpowiedzi: $q=16$</td><td>4</td></tr>
<tr><td>14.</td><td>Postęp:
Zdający zauważy, że pierwsza współrzędna środka okręgu wynosi $-r$ i zapisze:
$(x+r)^2+(y-b)^2=r^2$</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>Istotny postęp:
Zapisanie układu równań: $\begin{cases} (r-2)^2+b^2=r^2 \\ r=\dfrac{|-4r+3b+33|}{5} \end{cases}$</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>Pokonanie zasadniczych trudności:
Doprowadzenie do równania z jedną zmienną:
$\frac{5}{4}b^2+5=|-b^2+3b+29|$</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td>Rozwiązanie prawie pełne:
Rozwiązanie układu równań: $\begin{cases} b=-\dfrac{8}{3} \\ r=\dfrac{25}{9} \end{cases} \wedge \begin{cases} b=4 \\ r=5 \end{cases}$
Dwa punkty są przyznawane za rozpatrzenie dwóch przypadków przy wartości bezwzględnej, w przypadku braku jednego z nich zdający może otrzymać za całe zadanie maks. 4 pkt.</td><td>5</td></tr>
</table>

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Rozwiązanie bezbłędne: Podanie odpowiedzi: $\left(x+\frac{25}{9}\right)^2+\left(y+\frac{8}{3}\right)^2=\frac{625}{81}$ lub: $(x+5)^2+(y-4)^2=25$	6
15.	Rozwiązanie zadania składa się z trzech etapów: Etap I polega na wyznaczeniu długości boków, wysokości i kwadratu promienia dwóch powstałych stożków, zapisaniu objętości bryły jako funkcji jednej zmiennej i wyznaczeniu jej dziedziny. Za ten etap zdający otrzymuje 3 pkt. Etap II polega na obliczeniu pochodnej funkcji, jej miejsc zerowych i zbadaniu z uzasadnieniem, gdzie funkcja osiąga wartość największą. Za ten etap zdający otrzymuje 3 pkt. Etap III to podanie rozwiązania (długości boków trójkąta). Za ten etap zdający otrzymuje 1 pkt.	
	Etap I (oznaczenie długości wysokości jednego ze stożków jako x, a jego tworzącej jako $\frac{1}{2}L-x$) Zapisanie: $r^2=\frac{1}{4}L^2-Lx$ Zapisanie objętości bryły za pomocą jednej zmiennej: $V(x)=\frac{2}{3}\pi x\left(\frac{1}{4}L^2-Lx\right)$ Wyznaczenie dziedziny funkcji na podstawie własności trójkąta prostokątnego $x<\frac{1}{2}L-x$: $x\in\left(0;\frac{1}{4}L\right)$ Za każdą część tego etapu zdający otrzymuje po 1 pkt.	3
	Etap II Wyznaczenie pochodnej funkcji $V(x)$: $V'(x)=-\frac{4}{3}L\pi x+\frac{1}{6}L^2\pi$ Obliczenie miejsc zerowych funkcji pochodnej: $x=\frac{1}{8}L$ Zbadanie znaku pochodnej i prawidłowe uzasadnienie, że dla $x=\frac{1}{8}L$ funkcja V osiąga największą wartość: funkcja $V(x)$ rośnie w $\left(0;\frac{1}{8}L\right)$ i maleje w $\left(\frac{1}{8}L;\frac{1}{4}L\right)$ Za każdą część tego etapu zdający otrzymuje po 1 pkt.	3
	Etap III Podanie długości boków trójkąta: $\frac{1}{4}L$, $\frac{3}{8}L$, $\frac{3}{8}L$	1

Giełda maturalna - serwis do nauki on-line

TWÓJ KOD DOSTĘPU

GRMRLA21HE2

1. Zaloguj się na **gieldamaturalna.pl**
2. Wpisz swój kod
3. Odblokuj czasowy dostęp do bazy dodatkowych zadań i arkuszy z matematyki – p. rozsz. (masz dostęp do 31.01.2022 r.)