Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

2021/2022

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 19 stron (zadania 1.–35.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–28.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (29.–35.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **45 punktów**.

Wpisuje zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 28. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Wyrażenie $\frac{10^{13} \cdot 7^{13}}{14^{13} \cdot 5^{10}}$ jest równe:

A. 7^2 **B.** 2^{10} **C.** 5^3 **D.** 10^5

Zadanie 2. (0–1)

Liczbą odwrotną do liczby $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ jest liczba:

A. $-\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ **B.** $3\sqrt{3}+1$ **C.** $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\sqrt{3}-1$

Zadanie 3. (0–1)

Najmniejsza wartość wyrażenia $(x-y)(x+y)$ dla $x, y \in \{2,\ 3,\ 4\}$ jest równa:

A. -12 **B.** 0 **C.** 2 **D.** 24

Zadanie 4. (0–1)

Laptop kosztował 1500 zł. Jego cenę obniżono o 20%, a następnie podwyższono o 20%. Po tych operacjach laptop kosztuje:

A. 1500 zł **B.** 1440 zł **C.** 1550 zł **D.** 1600 zł

Zadanie 5. (0–1)

Wartość wyrażenia $3\log_4 2 + \log_4 32$ jest równa:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Zadanie 6. (0–1)

Największą liczbą całkowitą spełniającą nierówność $\sqrt{2} - \frac{x}{3} \geq 0$ jest:

A. $-3\sqrt{2}$ **B.** 4 **C.** $3\sqrt{2}$ **D.** -4

Zadanie 7. (0–1)

Suma pierwiastków równania $x(x^2+16)(x-11)(x+12)=0$ wynosi:

A. 1 **B.** 2 **C.** -1 **D.** -2

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 8. (0–1)

Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = -2(x+3)^2 - 4$ jest parabola, a osią symetrii tej paraboli jest prosta o równaniu:

A. $x = 3$ **B.** $x = -3$ **C.** $x = 4$ **D.** $x = -4$

Zadanie 9. (0–1)

Funkcja liniowa $f(x) = (m - \sqrt{2})x + 11$ jest rosnąca dla:

A. $m \geq \sqrt{2}$ **B.** $m \leq \sqrt{2}$ **C.** $m < \sqrt{2}$ **D.** $m > \sqrt{2}$

Zadanie 10. (0–1)

Prostą równoległą do prostej k: $3x + 2y - 5 = 0$, przechodzącą przez punkt $P = (2, -5)$, jest prosta:

A. $l: y = -\frac{3}{2}x - 2$ **B.** $l: y = \frac{3}{2}x - 2$ **C.** $l: y = -\frac{3}{2}x + 2$ **D.** $l: y = \frac{3}{2}x + 2$

Zadanie 11. (0–1)

Wierzchołkiem paraboli będącej wykresem funkcji $f(x) = 3x^2 - 30x + 82$ jest punkt:

A. $W = (-5, 7)$ **B.** $W = (5, -7)$ **C.** $W = (5, 7)$ **D.** $W = (-5, -7)$

Zadanie 12. (0–1)

W rosnącym ciągu arytmetycznym spełniony jest warunek $a_3 + a_7 = 28$, więc:

A. $a_5 = 14$ **B.** $a_5 = 7$ **C.** $a_5 = 21$ **D.** $a_5 = 12$

Zadanie 13. (0–1)

Dany jest trzywyrazowy ciąg geometryczny $(3,\ 6,\ 5x + 2)$. Zatem:

A. $x = -6$ **B.** $x = 2$ **C.** $x = 6$ **D.** $x = -2$

Zadanie 14. (0–1)

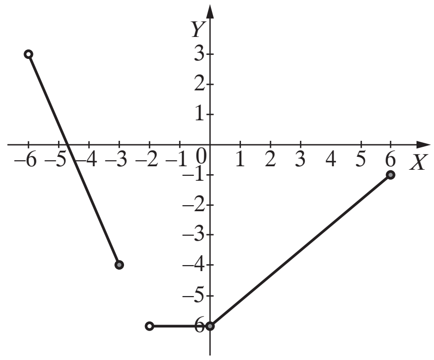
W ciągu liczbowym $a_n = (-1)^{2n+1} \cdot (2^{n-1} - 1)$ dla $n \geq 1$ suma $a_5 + a_{11}$ jest równa:

A. 1024 **B.** 1038 **C.** -1024 **D.** -1038

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 15. (0–1)

Zbiorem wartości funkcji, której wykres przedstawiono na rysunku, jest zbiór:



A. $(-6, 3)$

B. $(-6, 6\rangle$

C. $\langle -6, 3)$

D. $\langle -6, 3\rangle$

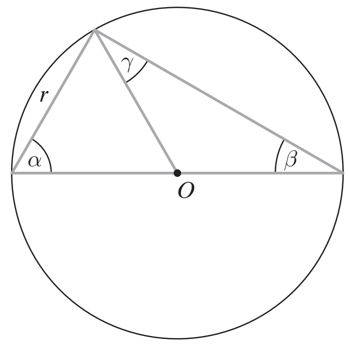
Zadanie 16. (0–1)

Miara kąta wewnętrznego wielokąta foremnego wynosi 156°. Ten wielokąt, to:

A. dziesięciokąt **B.** dwunastokąt **C.** piętnastokąt **D.** dwudziestokąt

Zadanie 17. (0–1)

Zaznaczone na rysunku kąty α, β, γ mają miary:



A. $\alpha = 60°,\ \beta = 30°,\ \gamma = 30°$

B. $\alpha = 50°,\ \beta = 40°,\ \gamma = 40°$

C. $\alpha = 70°,\ \beta = 20°,\ \gamma = 20°$

D. $\alpha = 30°,\ \beta = 60°,\ \gamma = 60°$

Zadanie 18. (0–1)

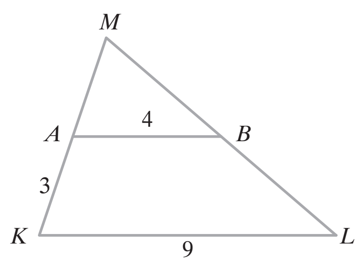
Pole trapezu równoramiennego o wysokości 5 jest równe 45. Odcinek łączący środki ramion tego trapezu ma długość:

A. $5\sqrt{3}$ **B.** $9\sqrt{3}$ **C.** 10 **D.** 9

Zadanie 19. (0–1)

W trójkącie KLM punkt A leży na boku KM, a punkt B leży na boku LM. Odcinek AB jest równoległy do boku KL oraz $|KL| = 9$, $|KA| = 3$, $|AB| = 4$ (zobacz rysunek).

Odcinek AM ma długość:



A. 3,6 **B.** 2,4

C. 3 **D.** 1,8

Zadanie 20. (0–1)

Wartość wyrażenia $\left(\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}^2\alpha\right) \cdot \cos\alpha$ dla kąta ostrego α, dla którego $\sin\alpha = \frac{3}{5}$, wynosi:

A. $\frac{16}{25}$ **B.** $\frac{3}{10}$ **C.** $\frac{3}{20}$ **D.** $\frac{1}{10}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 21. (0–1)

Punkty $A=(3,-2)$ i $C=(-2,3)$ są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$.

Obwód tego kwadratu jest równy:

A. $25\sqrt{6}$ **B.** $5\sqrt{2}$ **C.** $10\sqrt{3}$ **D.** 20

Zadanie 22. (0–1)

Objętość sześcianu, którego suma długości krawędzi jest równa 72, wynosi:

A. 216 **B.** 160 **C.** 36 **D.** 240

Zadanie 23. (0–1)

Objętość prostopadłościanu, którego każda następna krawędź jest dwa razy dłuższa od poprzedniej, wynosi 216. Pole powierzchni tego prostopadłościanu jest równe:

A. 126 **B.** 252 **C.** 522 **D.** 110

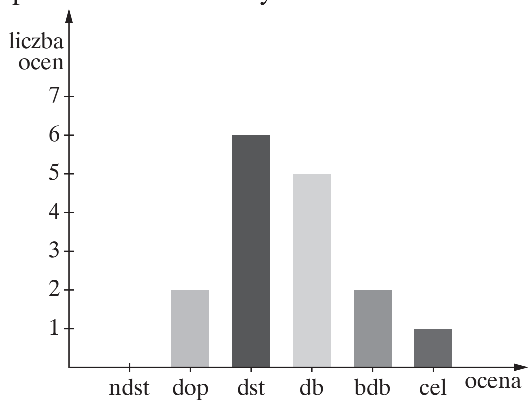
Zadanie 24. (0–1)

Przekątna graniastosłupa prawidłowego czworokątnego o długości d jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim, że $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$. Objętość tego graniastosłupa wyraża się wzorem:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}d^3$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{4}d^3$ **C.** $\frac{\sqrt{2}}{8}d^3$ **D.** $\frac{\sqrt{2}}{10}d^3$

Zadanie 25. (0–1)

Na diagramie słupkowym przedstawiono oceny końcowe ucznia.



Mediana ocen ucznia jest równa:

A. 3 **B.** 3,5 **C.** 4 **D.** 4,5

Zadanie 26. (0–1)

Mediana zestawu danych: 1, 1, 2, 2, x, 4, 6, 7, 9, 11, wynosi 3,5.

Zatem średnia arytmetyczna tego zestawu jest równa:

A. 4,6 **B.** 6,5 **C.** 7,25 **D.** 8,75

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 27. (0–1)

Wyniki dwukrotnego rzutu sześcienną kostką do gry zapisujemy jako liczby dwucyfrowe. Prawdopodobieństwo otrzymania liczby podzielnej przez 4 wynosi:

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{4}$ **C.** $\frac{3}{4}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Zadanie 28. (0–1)

Rzucamy dwa razy monetą i dwa razy sześcienną kostką do gry. Wyniki zapisujemy w kolejności rzutów: moneta, moneta, kostka, kostka. Prawdopodobieństwo otrzymania dokładnie dwóch orłów i tych samych liczb oczek wynosi:

A. $\frac{1}{24}$ **B.** $\frac{1}{72}$ **C.** $\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{1}{12}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań 29.–35. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 29. (0–2)

Rozwiąż nierówność $(x-1)^2 \leq \frac{3}{2}$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 30. (0–2)

Uzasadnij, że dla każdej dodatniej liczby naturalnej n liczba $4^{n+1} - 3^{n+2} + 4^n - 3^n$ jest podzielna przez 5.

Zadanie 31. (0–2)

Suma sześciu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego wynosi 72, a szósty wyraz tego ciągu jest równy 22. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.

Odpowiedź: ....

Zadanie 32. (0–2)

Oblicz miary kątów równoległoboku o bokach długości 5 i 12 oraz o polu równym 30.

Odpowiedź: ....

Zadanie 33. (0–2)

Przekątna AC rombu $ABCD$ o wierzchołkach $A\left(-7,2\right)$, $B\left(5,-3\right)$ ma długość 24. Oblicz długość przekątnej BD tego rombu.

Odpowiedź: ....

Zadanie 34. (0–3)

Krawędzie prostopadłościanu wychodzące z jednego wierzchołka mają długości będące kolejnymi liczbami nieparzystymi. Suma długości wszystkich krawędzi tego prostopadłościanu wynosi 60. Oblicz objętość i pole powierzchni tej bryły.

Odpowiedź: ....

Zadanie 35. (0–4)

Funkcja kwadratowa $f(x)=ax^2+bx+c$ ma dwa miejsca zerowe $x_1=-2\frac{1}{2}$ i $x_2=1$. Wykres funkcji f przechodzi przez punkt $A(-3,8)$. Wyznacz najmniejszą wartość funkcji f.

Odpowiedź: ....

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

ISBN 978-83-8197-167-6