

KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI
Próbna Matura z OPERONEM

Matematyka
Poziom podstawowy

Listopad 2014

Zadania zamknięte

Za każdą poprawną odpowiedź zdający otrzymuje 1 punkt.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	B	$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2}+1)}{2-1} = \sqrt{10} + \sqrt{5}$
2.	D	Jedynie miejsce zerowe ostatniej funkcji spełnia podany warunek.
3.	D	$a = \frac{2^{12}}{2^{-5}} = 2^{12+5} = 2^{17}$
4.	A	x – wyjściowa cena towaru 0,9x – cena towaru po pierwszej obniżce 0,9x · 0,85 = 0,765x – cena towaru po drugiej obniżce, zatem wyjściowa cena obniżyła się o 100% – 76,5% = 23,5%
5.	A	$\frac{2}{3} = 0,(6) \approx 0,67$ $b_w = \frac{\left \frac{2}{3} - 0,67 \right }{\frac{2}{3}} \cdot 100\% = \frac{1}{2}\%$
6.	B	$8 = \frac{a}{-\frac{1}{4}} \Rightarrow a = -2$
7.	D	$a_l = -\frac{3}{5} \Rightarrow a_k = \frac{5}{3}$
8.	C	$a_1 = S_1 = -2, S_2 = 20 - 14 = 6 \Rightarrow -2 + a_2 = 6 \Rightarrow a_2 = 8$
9.	B	Pierwszą cyfrą nie może być 0, ale drugą lub trzecią – tak.
10.	C	$x_1 = -1, x_2 = -7, x_1 - x_2 = -1 - (-7) = 6$
11.	A	$W = \frac{(4x-5)(4x+5)}{(4x+5)^2} = \frac{4x-5}{4x+5}$
12.	C	Szukamy miejsc zerowych mianownika: $x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = -4$. Liczby te należy odjąć od zbioru liczb rzeczywistych.
13.	D	$y_w = 9$ i ramiona paraboli skierowane są do dołu
14.	C	$81 + x^3 = 0 \Rightarrow x^3 = -81 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{81}$

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
15.	D	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169}$. Zatem $\cos \alpha = \frac{5}{13} \vee \cos \alpha = -\frac{5}{13}$. Z założenia kąt jest rozwarty, więc wybieramy odpowiedź ujemną.
16.	D	Liczbą przeciwną do a jest liczba $-a$.
17.	A	Funkcja $y = f(x)$ po przekształceniu przez przesunięcie wzdłuż osi OY o a jednostek w dół ma wzór $y = f(x) - a$.
18.	D	Kwadrat dowolnej liczby rzeczywistej jest liczbą nieujemną, zatem tylko liczba 5 spełnia podaną nierówność.
19.	C	Jeśli a jest przyprostokątną trójkąta, to $\frac{a}{20} = \frac{3}{5} \Rightarrow a = 12$. Zatem druga przyprostokątna jest równa $b = \sqrt{400 - 144} = \sqrt{256} = 16$.
20.	A	Jeśli a jest bokiem trójkąta, to: $a = \frac{a\sqrt{3}}{2} + 4 \Rightarrow 2a - a\sqrt{3} = 8 \Rightarrow a = \frac{8}{2 - \sqrt{3}} = 8(2 + \sqrt{3})$
21.	B	Jeśli x jest drugim bokiem przyległym do danego kąta, to: $\frac{1}{2} \cdot 12x \sin 60^\circ = 18\sqrt{3} \Rightarrow x = 6$
22.	C	Jeśli a jest krawędzią ostrosłupa i H jest wysokością ostrosłupa, to: $H = \sqrt{\frac{3}{4}a^2 - \frac{1}{4}a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Zatem $\sin \alpha = \frac{a\sqrt{2}}{2} : \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.
23.	D	$a\sqrt{2} = 8 \Rightarrow a = 4\sqrt{2} \Rightarrow r = 2\sqrt{2} \wedge h = 4\sqrt{2} \Rightarrow V = 8 \cdot 4\sqrt{2}\pi \Rightarrow V = 32\pi\sqrt{2}$
24.	C	$ \angle BAC = 90^\circ - 52^\circ = 38^\circ \Rightarrow \angle ACB = 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$
25.	C	Sprzyjają nam pary: $(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)$

Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
26.	Postęp: Wyznaczenie pierwiastków trójmianu kwadratowego: $x_1 = 0, x_2 = 2$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie nierówności: $x \in (0, 2)$	2
27.	Postęp: Zapisanie równania w postaci: $x^2 - 5x - 6 = 0, x \neq 0$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie równania: $x_1 = -1, x_2 = 6$	2
28.	Postęp: Zapisanie układu równań: $\frac{x-3}{2} = 7 \wedge \frac{y+11}{2} = 2$, gdzie $A = (x, y)$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie układu równań i zapisanie odpowiedzi: $\begin{cases} x = 17 \\ y = -7 \end{cases} \Rightarrow A = (17, -7)$	2

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
29.	Postęp: Zapisanie układu równań: $\begin{cases} a_1 q^2 = \frac{32}{3} \\ a_1 q = 16 \end{cases}$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie układu równań: $\begin{cases} a_1 = 24 \\ q = \frac{2}{3} \end{cases}$	2
30.	Postęp: Zapisanie lewej strony równania w postaci: $L = \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Zredukowanie wyrazów podobnych i wykorzystanie wzoru na jedynekę trygonometryczną do wykazania tożsamości: $L = 1 + 1 = 2 = P$	2
31.	Postęp: Zapisanie równania w postaci: $\left[(11 - \sqrt{21})^2 + (11 + \sqrt{21})^2 \right] = 42$ i przekształcenie lewej strony równania do postaci: $L = 11 - \sqrt{21} + 2\sqrt{(11 - \sqrt{21})(11 + \sqrt{21})} + 11 + \sqrt{21}$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Przekształcenie lewej strony równania do postaci wykazującej tezę zadania: $L = 22 + 2\sqrt{121 - 21} = 22 + 20 = 42$	2
32.	Postęp: Zapisanie wzoru trójmianu w postaci kanonicznej: $y = a \left(x - \frac{3}{2} \right)^2 - 1$	1
	Istotny postęp: Zapisanie równania: $8 = a \left(3 - \frac{3}{2} \right)^2 - 1$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Wyznaczenie współczynnika a : $a = 4$	3
	Rozwiązanie bezbłędne: Zapisanie wzoru funkcji i podanie szukanych współczynników: $y = 4 \left(x - \frac{3}{2} \right)^2 - 1$, po przekształceniu do postaci ogólnej mamy: $\begin{cases} a = 4 \\ b = -12 \\ c = 8 \end{cases}$	4

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
33.	Postęp: Zapisanie równania: $x - 5 = y + 2$, x, y – długości boków prostokąta	1
	Pokonanie zasadniczych trudności Zapisanie układu równań: $\begin{cases} x - 5 = y + 2 \\ xy = 228 \end{cases}, x > 0$	2
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie równania i zapisanie odpowiedzi: $x = 19, y = 12$	4 (3 pkt, gdy przy dobrej metodzie rozwiązania popełniono błąd rachunkowy)
34.	Postęp: Wprowadzenie dokładnych oznaczeń lub wykonanie rysunku z oznaczeniami: r, h, l – odpowiednio: promień podstawy, wysokość i tworząca stożka $2r = l\sqrt{2}$	1
	Istotny postęp: Zapisanie promienia podstawy i wysokości w zależności od tworzącej: $r = \frac{l\sqrt{2}}{2}, h = \frac{l\sqrt{2}}{2}$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapisanie równania: $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{l\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{l\sqrt{2}}{2} = 18\pi\sqrt{2}$	3
	Rozwiązanie prawie całkowite: Rozwiązanie równania: $l = 6$	4
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie pola powierzchni całkowitej stożka: $P = 18\pi(\sqrt{2} + 1)$	5